Министерство образования и науки Российской Федерации
Омский государственный педагогический университет

ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИКУ И ИНФОРМАТИКУ

Учебное пособие

Омск
Изд-во ОмГПУ
2013

ББК 22.1 + 32.97
В24

Печатается по решению редакционно-издательского совета Омского государственного педагогического университета

Автор-составитель:
В. Ю. Юрков, профессор кафедры прикладной информатики и математики ОмГПУ, доктор технических наук

Рецензенты:
Е. Т. Гегечкори – канд. техн. наук, доцент Омского государственного технического университета;
А. А. Ляшков – канд. техн. наук, доцент Омского государственного технического университета.

В24 **Введение в математику и информатику** : учебное пособие / авт.-сост. В. Ю. Юрков. – Омск : Изд-во ОмГПУ, 2013. – 78 с.

ISBN 978-5-8268-1798-8

В учебном пособии представлены основные понятия теории множеств и метода координат, которые необходимы для начального изучения основ высшей математики и для изучения вопросов, связанных с математической обработкой информации. В пособие включено описание работы с основными функциями табличного процессора Excel.

Пособие предназначено для студентов высших учебных заведений педагогических специальностей гуманитарных направлений, а также всем, кого интересует применение математических методов в области гуманитарного образования.

ББК 22.1 + 32.97

ISBN 978-5-8268-1798-8

ОГЛАВЛЕНИЕ

Глава 1.
ОСНОВЫ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ

1.1. Основные понятия

Одним из фундаментальных понятий математики является понятие множества. Это понятие неопределимо. Интуитивно под **множеством** понимается совокупность различимых объектов, объединенных по какому-нибудь признаку. Отдельные объекты, из которых состоит множество, называются **элементами**. Множества бывают конечными и бесконечными. Если число элементов множества конечно, т. е. выражается натуральным числом, то множество называется **конечным**. Если множество содержит бесконечное число элементов, то оно называется **бесконечным**. Если каждому элементу бесконечного множества можно присвоить номер (другими словами, привести во взаимно однозначное соответствие с натуральным рядом чисел), то такое множество называется **счетным**. Если этого сделать нельзя, то множество называется **несчетным**.

Для обозначения множеств используются различные прописные буквы A, B, …, X, Y, Z без индексов или с индексами A_1, A_2, … . Общим обозначением множества служит пара фигурных скобок {…}, внутри которых перечисляются элементы множества или указывается характерное свойство, присущее всем элементам множества. Если объект x является элементом множества A, то это обозначается как $x \in A$, если x не является элементом множества A, то $x \notin A$.

Существуют два способа задания множеств: перечисление и описание. Например, конечные множества с небольшим числом элементов можно задать перечислением $A = \{a, b, c, d\}$, конечные множества с большим числом элементов можно задать перечислением $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ или $X = \{x_i\}$, $i = 1, \ldots, n$. Бесконечные множества тоже можно задать перечислением $B = \{b_1, b_2, b_3, \ldots\}$, если вполне ясно, что понимается под многоточием. Описательный способ задания множества состоит в том, что указывается характерное свойство, которым обладают все элементы множества. Например, B – множество студентов группы, A – множество отличников этой группы. Тогда $A = \{x \in B \mid x$ – отличник группы$\}$. Еще примеры: $\{x \mid x$ – четное$\}$ – множество четных чисел, $\{x \mid x^2 - 1 = 0\}$ – множество $\{+1, -1\}$, или $\{x \in \mathbf{Z} \mid 0 < x < 8\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$.

Множество, не содержащее ни одного элемента, называется **пустым**. Для его обозначения применяется знак Ø. Например, $\{x \in \mathbf{Z} \mid x^2 -$

$x + 1 = 0\} = \varnothing$, $\{x \in \mathbf{R} \mid x^2 - x + 1 = 0\} = \varnothing$, но $\{x \in \mathbf{C} \mid x^2 - x + 1 = 0\} \neq \varnothing$. Пустое множество условно относится к конечным множествам.

Множество A является **подмножеством** множества B, если любой элемент множества A принадлежит множеству B. Этот факт обозначается записью $A \subset B$. Пустое множество является подмножеством любого множества.

Примерами числовых множеств являются:

N – множество натуральных чисел, $N = \{1, 2, \dots\}$;

Z – множество целых чисел, $Z = \{ \dots , -3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$;

Q – множество рациональных чисел, $Q = \{m/n \mid m \in Z, n \in N\}$;

R – множество действительных (вещественных) чисел;

C – множество комплексных чисел, $C = \{ai + b \mid a \in R, b \in R, i^2 = -1\}$.

Если хотят особо обозначить множества положительных целых, положительных рациональных и положительных действительных чисел, то используют символы $\mathbf{Z}^+$, $\mathbf{Q}^+$, $\mathbf{R}^+$. При этом $\mathbf{N} \subset \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q} \subset \mathbf{R} \subset \mathbf{C}$.

Примерами геометрических множеств являются:

– множества точек прямой, плоскости, пространства;

– множества плоских геометрических фигур – прямых, окружностей, треугольников, прямоугольников, …;

– множества пространственных фигур – параллелепипедов, призм, пирамид, сфер, …

Если между множеством точек прямой и множеством **R** действительных чисел установлено взаимно однозначное соответствие, то множество точек прямой обозначается символом **R** и называется действительной числовой прямой. Аналогично, множество $\mathbf{R}^2$ называется действительной числовой плоскостью, …, $\mathbf{R}^n$ – называется действительным числовым пространством n измерений (n-мерным пространством).

1.2. Операции над множествами

Образование новых множеств из уже имеющегося множества – процедура, играющая важную роль в теории множеств. Определять подмножества данного множества позволяет **принцип абстракции**.

ПРИНЦИП АБСТРАКЦИИ. Любая формула P(x) определяет некоторое множество X посредством условия, согласно которому элементами множества X являются в точности такие объекты x, что P(x) есть истинное высказывание.

Обозначение $X = \{x \mid P(x)\}$ читается так: «X есть множество всех таких x, для которых справедливо P(x)». P(x) называется определяющим свойством множества X. Принцип абстракции можно сформулировать в виде утверждения: «Каждое свойство определяет некоторое множество».

Построить новое множество из двух существующих множеств можно при помощи двух операций: **объединения** (суммы) и **пересечения** (произведения).

Объединением множеств X и Y называется множество, состоящее из всех тех и только тех элементов, которые принадлежат хотя бы одному из множеств X и Y, то есть принадлежат или множеству X или множеству Y. Объединение обозначается $X \cup Y$. Формально $X \cup Y = \{x \mid x \in X$ или $x \in Y\}$. Понятие объединения можно распространить на большее число множеств: $X = X_1 \cup X_2 \cup \ldots \cup X_n$. Очевидно, что $X \cup \varnothing = X$, то есть пустое множество играет роль нуля в алгебре множеств.

Пересечением множеств X и Y называется множество, состоящее из всех тех и только тех элементов, которые принадлежат как множеству X, так и множеству Y, то есть принадлежат и множеству X, и множеству Y. Пересечение обозначается через $X \cap Y$. Формально $X \cap Y = \{x \mid x \in X$ и $x \in Y\}$. Понятие пересечения можно распространить на большее число множеств: $X = X_1 \cap X_2 \cap \ldots \cap X_n$. Очевидно, что $X \cap \varnothing = \varnothing$.

Говорят, что множества X и Y находятся в **общем положении**, если выполняются три условия: существует элемент множества X, не принадлежащий Y; существует элемент множества Y, не принадлежащий X; существует элемент, принадлежащий как X, так и Y.

Разность множеств в отличие от объединения и пересечения определяется только для двух множеств. Разностью множеств X и Y называется множество, состоящее из всех тех элементов, которые принадлежат X и не принадлежат Y. Формально $X \setminus Y = \{x \mid x \in X$ и $x \notin Y\}$.

Одной из наиболее часто встречающихся операций над множествами является операция **разбиения** множества на систему подмножеств. Например, если **N** – множество натуральных чисел, а A и B – множества четных и нечетных чисел, то система {A, B} будет разбиением множества **N**. Другим разбиением может быть разбиение множества **N** на множество чисел, делящихся на 3 без остатка, с остатком 1, с остатком 2. Систему $\{X_1, X_2, \ldots, X_n\}$ называют разбиением множества X, если удовлетворяются следующие условия: 1) любое множество $X_i \subset X$; 2) любые два множества X_i и X_j системы являются непересекающимися, то есть $X_i \cap X_j = \varnothing$; 3) объединение всех множеств, входящих в разбиение, образует множество X.