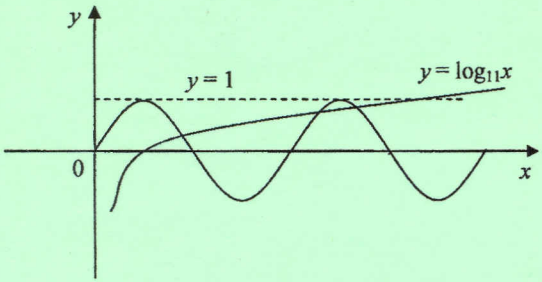
22.14
Д 152

В.А. Далингер

Графики функций $y = \sin x$ и $y = \log_{11} x$



Функция $y = \sin x$ ограничена: $|\sin x| \le 1$

Функция $y = \log_{11} x$ в точке $x = 11$ принимает значение, равное 1, при $x \ge 11$ $\log_{11} x > 11$.

Итак, исходное уравнение имеет три корня.

Учебное пособие

ВСЁ О ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЯХ, НЕРАВЕНСТВАХ И ИХ СИСТЕМАХ

Омск 2008

Печатается по решению
редакционно-издательского
совета ГОУ ВПО «Омского
государственного
педагогического университета»

ББК 74. 262
Д. 152
ДАЛИНГЕР В.А. Всё о логарифмических уравнениях, неравенствах и их системах: учебное пособие. – Омск: Изд-во ОмГПУ, 2008. – с. 246, – ил. 22.

ISBN 978-5-9658-0048

В учебном пособии рассмотрены основные типы логарифмических уравнений, неравенств и их систем. Приведены теоретические положения, лежащие в основе решения указанных типов уравнений, неравенств и их систем, и на большом числе разнообразных примеров иллюстрируются методы их решения.

Учебное пособие рассчитано на учащихся средних общеобразовательных школ, гимназий, лицеев, ССУЗ, абитуриентов, поступающих в техникумы и в вузы, учителей математики, студентов и преподавателей физико-математических специальностей педагогических институтов и университетов. Книга будет полезна всем, кто интересуется математикой.

ISBN

© В.А. Далингер, 2008
© ГОУ ВПО «Омский государственный
педагогический университет», 2008

ОГЛАВЛЕНИЕ

ОТ АВТОРА 5

ГЛАВА 1. ЛОГАРИФМЫ И ИХ СВОЙСТВА. ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ. ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ..... 6

§1. Логарифмы и их свойства. Преобразования логарифмических выражений..... 6
§2. Логарифмическая функция и ее свойства. 22
§3. Задачи для самостоятельного решения..... 31

ГЛАВА II. ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ И УРАВНЕНИЯ, СОДЕРЖАЩИЕ НЕИЗВЕСТНОЕ ПОД ЗНАКОМ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ..... 39

§1 Равносильные и неравносильные преобразования логарифмических уравнений 39
§2 Логарифмические уравнения 43
2.1 Решение логарифмических уравнений методом, основанном на определении логарифма..... 44
2.2 Решение логарифмических уравнений вида $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ и уравнений, сводящихся к ним 46
2.3. Решение логарифмических уравнений вида $\log_a f(x) = \log_b g(x)$ и уравнений, сводящихся к ним 49
2.4 Решение логарифмических уравнений вида $\log_{\varphi(x)} f(x) = \log_{\varphi(x)} g(x)$ и уравнений вида $\log_{f(x)} \varphi(x) = \log_{g(x)} \varphi(x)$, а также уравнений, сводящихся к ним .. 52
2.5 Решение логарифмических уравнений методом введения новой неизвестной..... 57
§3. Уравнения, содержащие неизвестное под знаком логарифмической функции 59
§4. Задачи для самостоятельной работы..... 106

ГЛАВА III. ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ НЕРАВЕНСТВА И НЕРАВЕНСТВА, СОДЕРЖАЩИЕ НЕИЗВЕСТНОЕ ПОД ЗНАКОМ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ. 115

§1. Основные утверждения, необходимые для решения различного рода неравенств 115
§2. Логарифмические неравенства 125
§3. Неравенства, содержащие логарифмические выражения 137
§4. Задачи для самостоятельной работы 168

ГЛАВА IV. СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ, СОДЕРЖАЩИХ НЕИЗВЕСТНОЕ ПОД ЗНАКОМ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ 176

§1. Общие сведения о системах уравнений 176
§2. Системы уравнений, содержащих неизвестное под знаком логарифмической функции 178
§3. Системы неравенств, содержащих неизвестное под знаком логарифмической функции. 197
§4. Смешанные системы логарифмических уравнений и неравенств. 200
§5. Задачи для самостоятельного решения 203

ГЛАВА V. ТИПИЧНЫЕ ОШИБКИ И НЕДОЧЕТЫ, ДОПУСКАЕМЫЕ ПРИ РЕШЕНИИ ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ, НЕРАВЕНСТВ И ИХ СИСТЕМ 210

ЛИТЕРАТУРА 235

ОТ АВТОРА

Целью этого учебного пособия является оказание помощи учащимся и абитуриентам в подготовке к выпускным и вступительным экзаменам по математике, к ЕГЭ по математике.

Почти во всех высших и средних специальных учебных заведениях на вступительных экзаменах предлагаются для решения трансцендентные уравнения и неравенства – это те, в которых неизвестное входит либо в показатель степени, либо под знак логарифма или под знак тригонометрических функций. Этот же класс уравнений и неравенств широко представлен и в билетах выпускных экзаменов за курс средней общеобразовательной школы.

В данном учебном пособии подробно рассматриваются различные методы решения логарифмических уравнений, неравенств и их систем; приведен анализ типичных ошибок, которые допускаются учащимися и абитуриентами при решении логарифмических уравнений и неравенств.

Учебное пособие будет также полезно студентам и преподавателям математических факультетов педагогических учебных заведений.

Автор искрение желает Вам успеха!

ГЛАВА 1. ЛОГАРИФМЫ И ИХ СВОЙСТВА. ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ. ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ

§1. ЛОГАРИФМЫ И ИХ СВОЙСТВА. ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ

Определение. Логарифмом положительного числа b по основанию a ($a > 0$, $a \neq 1$) называется показатель степени, в который нужно возвести основание a, чтобы получить b.

Десятичный логарифм – логарифм, основание которого равно 10. Обозначение: $\log_{10} x = \lg x$.

Укажем свойства логарифмов:

1) $\log_a 1 = 0$ для любого положительного и отличного от единицы значения a.

2) $\log_a a = 1$, где $a > 0$, $a \neq 1$.

3) $a^{\log_a b} = b$ – основное логарифмическое тождество.

4) $\log_a b \cdot c = \log_a |b| + \log_a |c|$.

5) $\log_a \dfrac{b}{c} = \log_a |b| - \log_a |c|$.

6) $\log_a b^p = p \log_a |b|$. Если p нечетно, то формула принимает вид $\log_a b^p = p \log_a b$.

7) $\log_{a^p} b = \dfrac{1}{p} \log_a b$.

8) $\log_a b = \log_{a^k} b^k \quad (k \neq 0)$.

9) $\log_{a^k} b^m = \dfrac{m}{k} \log_a b$.

10) $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$ – формула перехода к новому основанию.