

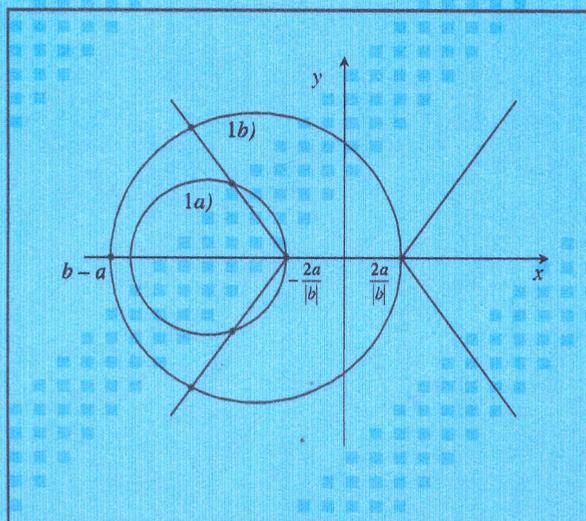
74.262.21

Д 152

Федеральное агентство по образованию  
ГОУ ВПО «Омский государственный педагогический  
университет»

**В.А. ДАЛИНГЕР**

# Задачи с модулями



**Омск  
2010**

ББК 74.262  
Д. 152

Печатается по решению редакционно-издательского совета ГОУ ВПО «Омский государственный педагогический университет»

Далингер В.А.

Д. 152. Задачи с модулями: учебное пособие. – Омск: Изд-во ГОУ ОмГПУ, 2010. – 360 с., – 116 ил., 4 табл.

ISBN 978-5-900179-27-3

Данное учебное пособие предназначено студентам и преподавателям математических специальностей педагогических учебных заведений, а также учителям математики и учащимся общеобразовательных школ, лицеев, гимназий, колледжей, техникумов. В нем рассмотрены как теоретические основы решения задач с модулями, так и конкретные практические рекомендации. Учебное пособие будет полезным при подготовке к ЕГЭ по математике. Оно может послужить основой для элективного курса по соответствующей тематике для классов и школ с математическим профилем.

ББК 74. 262

ISBN

© В.А. Далингер, 2010

© Издательство ГОУ ВПО «Омский государственный педагогический университет», 2010

## СОДЕРЖАНИЕ

От автора .....	4
§1. Модуль действительного числа и его свойства .....	5
§2. Понятие равносильности уравнений и неравенств.....	48
§3. Уравнения, содержащие неизвестное под знаком модуля.....	55
§4. Системы уравнений, содержащие модули .....	216
§5. Неравенства и их системы, содержащие неизвестные под знаком модуля .....	255
§6. Задачи для самостоятельного решения.....	330
Список литературы .....	358

## ОТ АВТОРА

В материалах единого государственного экзамена по математике в средней общеобразовательной школе и на вступительных экзаменах в различные средние специальные и высшие профессиональные учебные заведения предлагаются задачи с модулями.

Как показывает практика, эти задачи для учащихся и абитуриентов оказываются достаточно трудными, что объясняется тем, что они объективно сложны и тем, что школьный курс математики не обеспечивает достаточного уровня сформированности у учащихся прочных умений и навыков по решению задач с модулями.

В предложенном читателю учебном пособии раскрыты теоретические основы решения задач с модулями, а также на конкретных примерах показаны основные методы решения указанного типа задач.

Учебное пособие может служить основой для элективного курса соответствующей тематики для классов и школ математического профиля. Оно окажет помощь при подготовке к ЕГЭ по математике.

## §1. МОДУЛЬ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОГО ЧИСЛА И ЕГО СВОЙСТВА

**Определение.** Модулем (абсолютной величиной) действительного числа (обозначается  $|x|$ ) называется само это число, если оно неотрицательное, и это число, взятое с противоположным знаком, если оно отрицательное:

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{если } x \geq 0, \\ -x, & \text{если } x < 0. \end{cases}$$

Рассмотрим геометрический смысл модуля действительного числа.

Каждому действительному числу соответствует точка числовой прямой, для которой это число является координатой. Модуль этого числа – это расстояние от соответствующей точки числовой оси до начала координат (рис. 1). Расстояние от точки  $A$  до точки  $O$  (от точки  $B$  до точки  $O$ ) равно  $a$  ( $\rho(AO) = a$ ,  $\rho(BO) = a$ ).

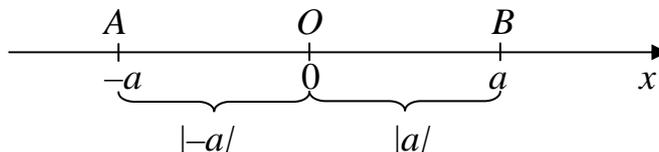


Рис. 1

Отметим, что модуль разности чисел  $a$  и  $b$  ( $|a - b|$ ) соответствует расстоянию между точками  $a$  и  $b$   $\rho(a; b)$  (рис. 2).

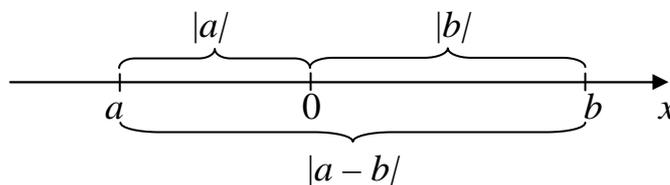


Рис. 2

### Свойства модуля действительного числа

1) Квадрат модуля равен квадрату подмодульного выражения, то есть  $|x|^2 = x^2$  для любого  $x$ .