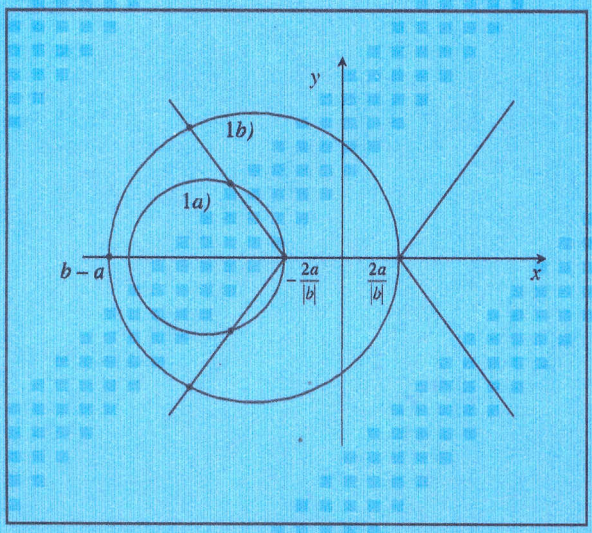
74.262.21
Д 152

Федеральное агентство по образованию
ГОУ ВПО «Омский государственный педагогический университет»

В.А. ДАЛИНГЕР

Задачи с модулями



Омск
2010

ББК 74.262
Д. 152

Печатается по решению редакционно-издательского совета ГОУ ВПО «Омский государственный педагогический университет»

Далингер В.А.

Д. 152. Задачи с модулями: учебное пособие. – Омск: Изд-во ГОУ ОмГПУ, 2010. – 360 с., – 116 ил., 4 табл.

ISBN 978-5-900179-27-3

Данное учебное пособие предназначено студентам и преподавателям математических специальностей педагогических учебных заведений, а также учителям математики и учащимся общеобразовательных школ, лицеев, гимназий, колледжей, техникумов. В нем рассмотрены как теоретические основы решения задач с модулями, так и конкретные практические рекомендации. Учебное пособие будет полезным при подготовке к ЕГЭ по математике. Оно может послужить основой для элективного курса по соответствующей тематике для классов и школ с математическим профилем.

ББК 74. 262

ISBN

© В.А. Далингер, 2010
© Издательство ГОУ ВПО «Омский государственный педагогический университет», 2010

СОДЕРЖАНИЕ

От автора 4
§1. Модуль действительного числа и его свойства 5
§2. Понятие равносильности уравнений и неравенств..... 48
§3. Уравнения, содержащие неизвестное под знаком модуля..... 55
§4. Системы уравнений, содержащие модули 216
§5. Неравенства и их системы, содержащие неизвестные
под знаком модуля 255
§6. Задачи для самостоятельного решения..... 330
Список литературы 358

ОТ АВТОРА

В материалах единого государственного экзамена по математике в средней общеобразовательной школе и на вступительных экзаменах в различные средние специальные и высшие профессиональные учебные заведения предлагаются задачи с модулями.

Как показывает практика, эти задачи для учащихся и абитуриентов оказываются достаточно трудными, что объясняется тем, что они объективно сложны и тем, что школьный курс математики не обеспечивает достаточного уровня сформированности у учащихся прочных умений и навыков по решению задач с модулями.

В предложенном читателю учебном пособии раскрыты теоретические основы решения задач с модулями, а также на конкретных примерах показаны основные методы решения указанного типа задач.

Учебное пособие может служить основой для элективного курса соответствующей тематики для классов и школ математического профиля. Оно окажет помощь при подготовке к ЕГЭ по математике.

§1. МОДУЛЬ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОГО ЧИСЛА И ЕГО СВОЙСТВА

Определение. Модулем (абсолютной величиной) действительного числа (обозначается $|x|$) называется само это число, если оно неотрицательное, и это число, взятое с противоположным знаком, если оно отрицательное:

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{если} \quad x \geq 0, \\ -x, & \text{если} \quad x < 0. \end{cases}$$

Рассмотрим геометрический смысл модуля действительного числа.

Каждому действительному числу соответствует точка числовой прямой, для которой это число является координатой. Модуль этого числа – это расстояние от соответствующей точки числовой оси до начала координат (рис. 1). Расстояние от точки A до точки O (от точки B до точки O) равно a ($\rho(AO) = a$, $\rho(BO) = a$).

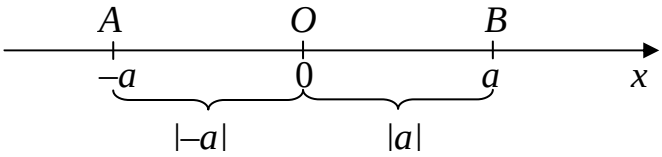


Рис. 1

Отметим, что модуль разности чисел a и b ($|a-b|$) соответствует расстоянию между точками a и b $\rho(a;b)$ (рис. 2).

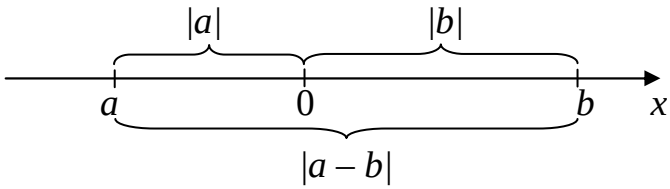


Рис. 2

Свойства модуля действительного числа

1) Квадрат модуля равен квадрату подмодульного выражения, то есть $|x|^2 = x^2$ для любого x.