

74.262.21

Д 152

ДЕПОЗИТАРНЫЙ
ФОНД

В. А. Далингер

**КАК И ПОЧЕМУ
РАВНЫ НЕРАВНЫЕ**

ББК 74.262.21
Д. 152

Печатается по решению
редакционно-издательского
совета ГОУ ВПО «Омский
государственный
педагогический
университет»

Далингер В. А.

Д. 152. Как и почему равны неравные: учебное пособие. – Омск:
Изд-во ГОУ ОмГПУ, 2010. – 29 с., ил. 34

ISBN 978-5-8268-1440-6

В работе рассмотрен один из интереснейших вопросов курса геометрии – вопрос о равновеликости и равноставленности геометрических фигур, который был поднят в конце XIX в. великим математиком Д. Гильбертом (он был сформулирован им в виде третьей проблемы). Рассмотрены всевозможные задачи, которые проясняют суть рассматриваемой проблемы. Мы ограничились в работе рассмотрением лишь плоских геометрических фигур, хотя эта проблема рассматривается в геометрии и на случай объемных геометрических фигур

©Далингер В. А., 2010
©ГОУ ОмГПУ, 2010

Как бы в жизни не решалась проблема «отцов и детей», поставленная в литературе конца XIX века И.С. Тургеневым, верным будет ответ о преемственности поколений, проявляющейся в нравственных нормах, традициях, культуре, языке и т.п.

На первый взгляд может показаться странным такое начало, но оно правомерно, ибо имеет самое непосредственное отношение и к нашей работе. Поясним в чем оно состоит.

Ученик-гимназист, живший в конце XIX века, и школьник нынешнего XXI века будут похожи друг на друга, если станут на житейском уровне отвечать на такие, казалось бы, на первый взгляд, простые вопросы: «В каком отрезке точек больше, в том, длина которого 5 см, или в том, длина которого 7 см?», «Даны две окружности, одна радиуса 4 см, другая 10 см. На какой окружности больше точек?», «Вам известно, что рациональных и иррациональных чисел бесконечное множество. Можно ли каждому рациональному числу поставить в соответствие одно иррациональное число?».

Читатель должен поверить нам, что ответы нашего прапрадеда и ответы нынешних учеников будут схожи, как две капли воды. Приведем ответы в порядке постановки вопросов: «На отрезке длиной 7 см точек больше, чем на отрезке длиной 5 см», «На окружности, радиус которой равен 4 см, точек меньше, чем на окружности, радиус которой 10 см», «Раз множества рациональных и иррациональных чисел бесконечны, то каждому рациональному числу можно поставить в соответствие одно иррациональное число». (Если ученик, не почитавший по этим вопросам специальной литературы, думает иначе, то ему всерьез надо заняться математикой, если же его ответы были идентичны тем, что приведены выше, и у него еще теплится интерес к математике, то тем более ему следует ею заниматься.)

Ответы на поставленные вопросы может дать нам не житейское представление о равных или неравных, не аксиома Евклида о величинах

(«целое больше своей части»), а теория о равномощности множеств. С позиций этой теории имеем: два разных по длине отрезка равномощны; две различные по длине окружности равномощны; множество рациональных чисел не равномощно множеству иррациональных чисел, ибо первое множество можно пересчитать, поставив в соответствие каждому рациональному числу одно натуральное число, а множество иррациональных чисел пересчитать нельзя, то есть нельзя каждому иррациональному числу поставить в соответствие одно натуральное число.

Продолжим разговор о равных. Каждый из нас, взглянув на фигуры, представляющие собой «вазу» и квадрат (рис. 1), скажет, что у них нет ничего общего, в том смысле, что они не равны.

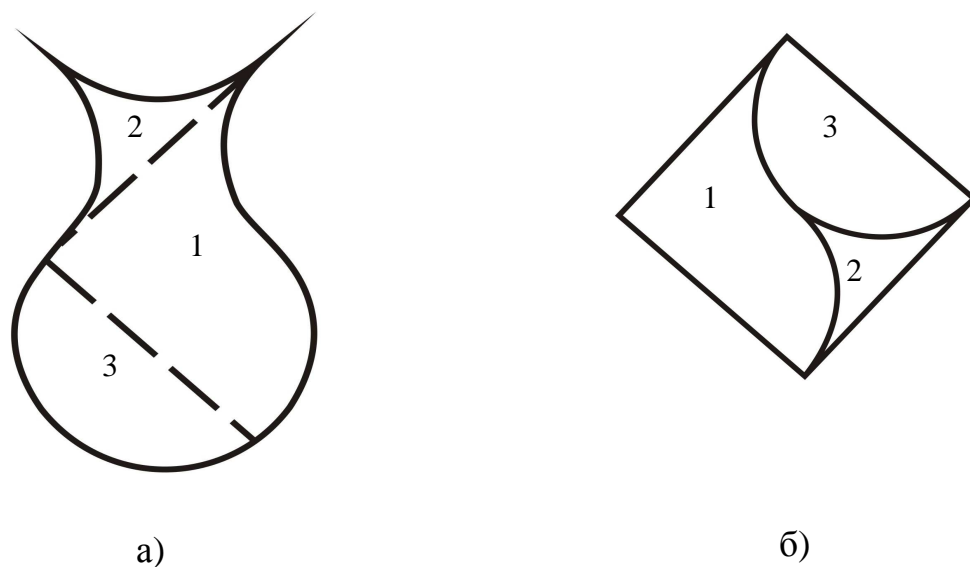
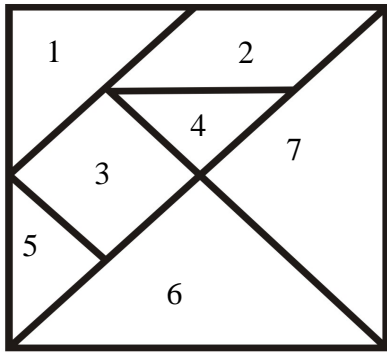
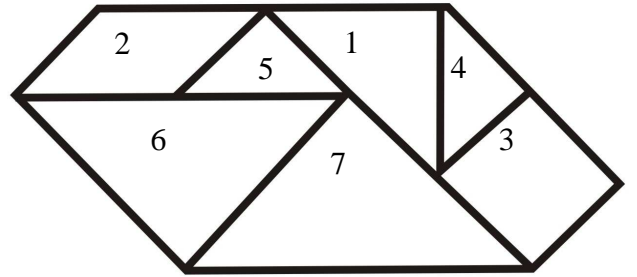


Рис. 1

То же самое можно сказать и о фигурах, изображенных на рис. 2а, б и 3а, б.

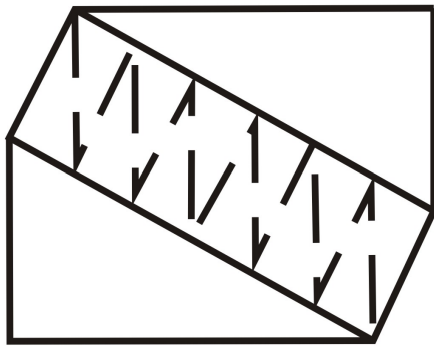


a)

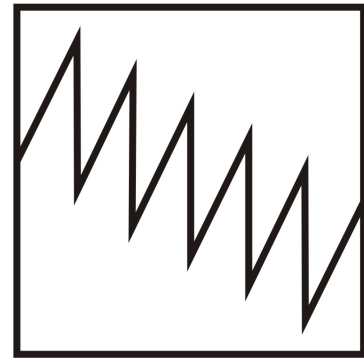


б)

Рис. 2



a)



б)

Рис. 3

Но сделанный вывод опрометчив. Вырежьте из листа бумаги указанные фигуры, разрежьте их по указанным на рисунках линиям и попробуйте из образовавшихся частей сложить другую фигуру. Что Вы заметили?...

Да, Вы правы, сделав вывод: «Неравные оказались равны». Части, на которые разрезана одна фигура, позволили получить другую фигуру, и, значит, мы можем в некотором смысле говорить о равенстве этих неравных фигур. В каком же смысле они равны? На эти и другие вопросы будут даны ответы в предлагаемом пособии.