

В.А. ДАЛИНГЕР, О. О. КНЯЗЕВА

**УЧЕБНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ РАБОТА
УЧАЩИХСЯ ПО МАТЕМАТИКЕ**

В.А. ДАЛИНГЕР, О. О. КНЯЗЕВА

**УЧЕБНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ РАБОТА
УЧАЩИХСЯ ПО МАТЕМАТИКЕ**

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

2017

УДК 371.3:51
ББК 74.262.21
Д15

Авторы:

Далингер Виктор Алексеевич – доктор педагогических наук, профессор, заслуженный работник высшей школы Российской Федерации, академик РАН, заведующий кафедрой математики и методики обучения математике факультета математики, информатики, физики и технологии Омского государственного педагогического университета;

Князева Оксана Олеговна – кандидат педагогических наук, заведующий кафедрой общего менеджмента Московского финансово-промышленного университета «Синергия», омский филиал.

Далингер В. А., Князева О. О.

Д15 Учебно-исследовательская работа учащихся по математике: учебное пособие/В. А. Далингер, О. О. Князева. – Омск: Изд-во «Амфора», 2017. – 225 с.

ISBN 978-5-906985-05-7

Данное учебное пособие предназначено для организации учебно-исследовательской работы обучающихся при изучении математики. В нем рассмотрены проблемы, связанные с изучением нового для обучающихся понятия – арифметические прогрессии с переменной разностью, показаны способы доказательства формул n -го члена прогрессии и суммы n первых членов прогрессии, характеристическое свойство арифметической прогрессии с переменной разностью. Устанавливается связь между арифметическими прогрессиями с переменными разностями и возвратными последовательностями, показана связь таких прогрессий с многоугольными и пирамидальными числами и поставлена проблема суммирования степеней чисел натурального ряда с помощью таких прогрессий.

Данное учебное пособие посвящено также вопросам теории средних величин степенного типа и связанными с ними классическими неравенствами. С помощью классических неравенств решены различные задачи алгебры, геометрии и математического анализа и предложены задачи для самостоятельного решения.

Учебное пособие адресовано обучающимся в СПО, вузах, колледжах, лицеях и средних общеобразовательных школах. Оно будет полезно учителям математики, студентам математических факультетов педагогических институтов и университетов и всем, кому математика интересна.

© Далингер В. А., Князева О. О., 2017

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	5
ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОРГАНИЗАЦИИ УЧЕБНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЫ УЧАЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКИ.....	11
ГЛАВА 2. АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ПРОГРЕССИИ С ПЕРЕМЕННОЙ РАЗНОСТЬЮ.....	26
ГЛАВА 3. КЛАССИЧЕСКИЕ НЕРАВЕНСТВА И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ С ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ.....	93
ЛИТЕРАТУРА К ГЛАВЕ 1.....	203
ЛИТЕРАТУРА К ГЛАВЕ 2.....	220
ЛИТЕРАТУРА К ГЛАВЕ 3.....	222

ВВЕДЕНИЕ

Модернизация образования в базовом звене – общеобразовательной школе, предполагает создание условий для повышения качества общего образования через использование эффективных методов обучения, обеспечение дифференциации и индивидуализации образования, введение предпрофильного и профильного обучения, системы государственной оценки качества образования и др. Модернизация общего образования в целом включает и реформирование математического образования.

Соответственно этому социальное ожидание нашего общества состоит в становлении человека нового типа, имеющего адекватные социальные и методологические установки, владеющего познавательными методами и средствами, обладающего потребностью и готовностью находить решения проблем разного уровня сложности.

Результативность и действенность найденных и принятых решений во многом зависят от уровня сформированности познавательных умений специалиста, в том числе исследовательских умений. Важность проблемы формирования этих умений подтверждает проведенный нами анализ большого числа профиограмм специалистов. В каждую из них включены, в качестве обязательных, следующие умения: проводить исследования, формулировать и решать проблемы, нести ответственность за принятое решение. Эти умения являются инвариантными, они позволяют определять уровень профессиональной и социальной компетенции специалиста.

Совершенствование учебного процесса идет сегодня в направлении увеличения активных методов обучения, обеспечивающих глубокое проникновение в сущность изучаемой проблемы, повышающих личное участие каждого обучающегося и его интерес к учению.

Исследовательская деятельность является одной из форм творческой деятельности, поэтому ее следует рассматривать в качестве составной части

проблемы развития творческих способностей учащихся. Интеллектуальное и нравственное развитие человека на основе вовлечения его в разнообразную самостоятельную деятельность в различных областях знаний можно рассматривать как стратегическое направление развития образования.

Развитие личности учащегося, его интеллекта, чувств, воли осуществляется лишь в активной деятельности. Человеческая психика не только проявляется, но и формируется в деятельности, и вне деятельности она развиваться не может. В форме нейтрально-пассивного восприятия нельзя сформировать ни прочных знаний, ни глубоких убеждений, ни гибких умений.

Способность учащихся к творческой (а, значит, и к исследовательской) деятельности эффективно развивается в процессе их целесообразно организованной деятельности под руководством учителя.

Под творческой деятельностью обучающегося можно понимать всякую деятельность, которая осуществляется не по заранее заданному алгоритму, а на основе самоорганизации, способности самостоятельно планировать свою деятельность, осуществлять самоконтроль, перестройку своих действий в зависимости от возникшей ситуации, способность пересмотреть, и, если необходимо, изменить свои представления об объектах, включенных в деятельность.

Нужно создавать условия, способствующие возникновению у учащихся познавательной потребности в приобретении знаний, в овладении способами их использования и влияющие на формирование умений и навыков творческой деятельности.

К чертам творческой деятельности личности можно отнести: логическое мышление, чувство новизны, целенаправленность действий, лаконизм, способность рассматривать явления и процессы с новых точек зрения и сближать отдельные области знаний, полноценность аргументации, способность чувствовать нечеткость рассуждений и т.д.

Развитие мышления учащихся может идти не только путем овладения специальными знаниями различных предметов, но и путем развития способностей к самостоятельной мыслительной деятельности.

Успех исследовательской деятельности учащихся в основном обеспечивается правильным планированием видов и форм заданий, использованием эффективных систем заданий, а также умелым руководством учителя этой деятельностью.

Раскрывая роль учителя в организации учебного исследования, отметим следующую систему его действий:

- умение выбрать нужный уровень проведения учебного исследования в зависимости от уровня развития мышления учащегося;
- умение сочетать индивидуальные и коллективные формы проведения исследований на уроке;
- умение формировать проблемные ситуации в зависимости от уровня учебного исследования, его места в структуре урока и от цели урока.

Учитель должен выступать не столько в роли интерпретатора науки и носителя новой информации, сколько умелым организатором систематической самостоятельной поисковой деятельности учащихся по получению знаний, приобретению умений и навыков и усвоению способов умственной деятельности.

В процессе исследовательской деятельности учащиеся овладевают некоторыми навыками наблюдения, экспериментирования, сопоставления и обобщения фактов, делают определенные выводы. Необходимо создавать условия, способствующие возникновению у учащихся познавательной потребности в приобретении знаний, в овладении способами их использования и влияющие на формирование умений и навыков творческой деятельности.

Развивающая функция исследовательской деятельности по математике заключается в том, что в процессе ее выполнения происходит усвоение

методов и стиля мышления, свойственных математике, воспитание осознанного отношения к своему опыту, формирование черт творческой деятельности и познавательного интереса к различным аспектам математики.

Мотивом учебного исследования может служить интерес, внутреннее противоречие, вызывающее потребность, стремление школьника к исследованию неопределенности, содержащей знания, неизвестные учащемуся. При этом проблемная ситуация является условием возникновения у субъекта деятельности внутреннего противоречия. Фиксация проблемной ситуации (вычленение основного противоречия) заканчивается формулированием проблемы – цели исследования.

Особую роль в интеллектуальном развитии учащихся играет их исследовательская деятельность, непосредственно связанная с усвоением математических знаний. Поэтому успешное решение стоящих перед школой задач возможно посредством приобщения учащихся к исследовательской деятельности и развития способностей к ней в процессе обучения.

Основными признаками учебного исследования являются:

- а) постановка познавательной проблемы и цели исследования;
- б) самостоятельное выполнение обучающимися поисковой работы;
- в) направленность учебного исследования обучающихся на получение новых для себя знаний;
- г) направленность учебного исследования на реализацию дидактических, развивающих и воспитательных целей обучения.

Сейчас, когда предметно-ориентированная парадигма образования сменяется на личностно ориентированную, следует понять роль учащегося, его главную задачу в получении не только знаний о существующих зависимостях в окружающем мире и описываемых математическими моделями, но и в овладении методологией творческого поиска.

Целью данной работы является разработка теоретических основ и практических рекомендаций по организации учебно-исследовательской деятельности учащихся и разработка такого математического содержания, на основе которого возможна организация такой деятельности.

Путь познания усыпан трудностями, сомнениями, бесконечной чередой проб, шибок и, наконец, он озарен вдохновением, радостью удач, осознанием величия человеческого разума. На этом пути позитивную роль играют упорство, настойчивость, самостоятельность, усердие и т.д. Козьма Прудков в своей книге «Мысли и афоризмы» пишет: «Усердие все преодолагает!... Бывает, что усердие преодолагает и рассудок». Пожелаю читателям усердия, и успехов в решении учебно-исследовательских задач, в данном случае по теме «Дроби и действия над ними».

В.Ф. Оспипов отмечает, что обладать активными знаниями в области математики означает не только готовность приводить достаточно длинные списки математических фактов и умение строго воспроизводить доказательства некоторых из них. Активность математического знания – это стремление и способность все осмыслить: сопоставить отдельные факты, связать новое со старым, непривычное – с обычным по аналогии, сложное разложить на части, найти применение общего правила к частному случаю, перейти от единичного факта к общей закономерности, создать целостное представление о математическом объекте и т.д. Активное математическое знание нельзя получить как-то извне, его необходимо выработать самому, чтобы оно вошло в плоть и кровь и действовало с силой интуиции. К сожалению, по мнению одних, и к счастью, как считают другие, не существует готовых рецептов, предписывающих наиболее целесообразные пути освоения математического знания. Однако действительно полезным и даже необходимым для развития математического мышления является упражнение в самостоятельном решении задач.

Высказанной мысли созвучны слова А.Н. Колмогорова, отметившего, что даже простейшие математические сведения могут применяться умело и с

пользой только в том случае, если они усвоены творчески, так что учащийся видит сам, как можно было бы прийти к ним самостоятельно.

В работе приведены решения некоторых задач, но если читатель пожелает самостоятельно решить эти задачи, то не следует читать готовые решения и заглядывать в ответ, и только в случае, если такая попытка не увенчается успехом, посмотреть в ответ. Если же и после этого задача не «поддается», то следует прочитать ее решение.

Желаем учителю успехов в организации учебно-исследовательской деятельности учащихся, а им, творцам XXI века, удач в научных дерзаниях.

Заметим, что уже долгое время подспорьем в организации учебно-исследовательской деятельности учащихся по математике служит журнал «Квант», но в последнее время появляются и другие издания, которые посвящены исследовательской деятельности учащихся. Одно из изданий мы укажем, оказав тем самым, как нам представляется, помощь и учителю, и учащимся: научно-методический и информационно-публицистический журнал «Исследовательская работа школьников» (адрес редакции: 115419, Москва, ул. Донская, д. 37, тел. 8–(495)–959–99–50).