

22.16
Δ 15.

В. А. Далингер

**Начала математического
анализа в задачах**

ББК 74.262
Д.152

Печатается по решению
редакционно-издательского совета
ГОУ ВПО «Омский государственный
педагогический университет»

Далингер В.А.

Начала математического анализа в задачах: учебное пособие / В.А. Далингер. – Омск: Изд-во ГОУ ОмГПУ, 2009. – 312 с., 111 ил., 10 табл.

ISBN 978-5-8268-1267-9

В учебном пособии приведены рекомендации по решению типовых задач из курса «Начала математического анализа» и рассматриваются основные методы их решения. Проведен анализ типичных ошибок обучающихся и показаны пути и средства их предупреждения. Содержание учебного пособия тесно связано с контрольно-измерительными материалами для единого государственного экзамена по математике.

Учебное пособие рассчитано на учащихся средних общеобразовательных школ, школ и классов с математическим профилем, гимназий, лицеев, ССУЗ, абитуриентов, поступающих в техникумы и в вузы, учителей математики, студентов и преподавателей физико-математических специальностей педагогических институтов и университетов. Книга будет полезна всем, кто интересуется математикой. Она окажет помощь в подготовке к ЕГЭ по математике.

ББК 74. 262

ISBN 978-5-8268-1267-9

© Далингер В.А., 2009

© ГОУ ОмГПУ, 2009

СОДЕРЖАНИЕ

ГЛАВА 1. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ ПО КУРСУ

«НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА»	4
§1. Задачи по теме «Функция, ее свойства и график»	4
§2. Задачи на монотонность функции.....	101
§3. Задачи на экстремум функции.....	110
§4. Задачи на касательную к графику функции.....	121
§5. Задачи на нахождение наименьшего и наибольшего значений функции.....	151
§6. Задачи на интегральное исчисление.....	197

ГЛАВА II. АНАЛИЗ ТИПИЧНЫХ ОШИБОК УЧАЩИХСЯ, ДОПУСКАЕМЫХ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ КУРСА

«НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА»	208
§1. Типичные ошибки учащихся, связанные с понятием функции и ее свойствами	208
§2. Типичные ошибки, допускаемые учащимися при изучении теории пределов	231
§3. Типичные ошибки, допускаемые учащимися при изучении дифференциального исчисления	241
§4. Типичные ошибки, допускаемые учащимися при изучении интегрального исчисления	262
§5. Задачи для самостоятельного решения.....	272
Литература.....	307

ГЛАВА 1. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ ПО КУРСУ «НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА»

§1. Задачи по теме «Функция, ее свойства и график»

Основными задачами, связанными с понятием функции, которые должны уметь решать выпускники школ, являются:

- нахождение области определения функции;
- нахождение множества значений функции;
- исследование функции на четность, нечетность, возрастание, убывание, периодичность, непрерывность, наличие точек максимума и минимума, нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на промежутке;
- нахождение обратной функции;
- нахождение асимптот графика функции;
- задачи на касательную к графику функции;
- построение графика функции;
- прочтение свойств функции по ее графику.

Эти типы задач в той или иной мере встречаются в заданиях ЕГЭ по математике.

В данном параграфе мы рассмотрим не все задачи, мы в отдельные параграфы вынесли задачи на монотонность функции, на касательную к графику функции, на экстремальные значения функций, на нахождение наименьших и наибольших значений функции.

Приведем определения основных понятий, связанных с понятием функции.

Определение 1. Функцией называется соответствие, которое каждому элементу x из множества X по некоторому правилу сопоставляется единственный элемент y из множества Y .

Символическая запись такова $X \xrightarrow{f} Y$ или $y = f(x)$, x – аргумент функции.

Определение 2. Областью определения функции $y = f(x)$ называется множество всех тех значений аргумента x , для которых выражение $f(x)$ имеет смысл.

Область определения функции $y = f(x)$ обозначается так: $D(y)$ или $D(f(x))$.

Определение 3. Множеством значений функции $y = f(x)$ называются все те значения, которые принимает зависимая переменная y .

Множество значений функции $y = f(x)$ обозначается так: $E(y)$ или $E(f(x))$.

Определение 4. Функция $y = f(x)$ называется четной на своей области определения, если:

а) область определения симметрична относительно нуля;

б) для всех x из области определения имеет место равенство $f(-x) = f(x)$.

График четной функции симметричен относительно оси ординат.

Определение 5. Функция $y = f(x)$ называется нечетной на своей области определения, если:

а) область определения симметрична относительно нуля;

б) для всех x из области определения имеет место равенство $f(-x) = -f(x)$.

График нечетной функции симметричен относительно начала координат.

Определение 6. Число a называется пределом функции $y = f(x)$ в точке x_0 , если при любом стремлении аргумента x к x_0 соответствующая последовательность значений функции стремится к a .

Определение 7. Число b называется правым (левым) пределом функции $y = f(x)$ в точке a , если для любого $\varepsilon > 0$ найдется число $\delta > 0$ такое что, из неравенства $a < x < x + \delta$ ($a - \delta < x < a$) следует неравенство $|f(x) - b| < \varepsilon$.