74.262.21
Д 152

В.А. ДАЛИНГЕР

ПОИСКОВО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ УЧАЩИХСЯ ПО МАТЕМАТИКЕ

Печатается по решению редакционно-издательского совета Омского государственного педагогического университета

ББК 74.262

Далингер В.А. Поисково-исследовательская деятельность учащихся по математике: Учебное пособие. Омск: Изд–во ОмГПУ, 2005. – 456 с, – 121 ил. – 29 таб.

ISBN 5-8268-0868-3

Данное учебное пособие, которое представляет собой практико-ориентированную монографию, предназначено для студентов математических факультетов педагогических вузов, а также учителям математики общеобразовательных школ, лицеев, гимназий, СПОУ. В нем рассмотрены как теоретические, так и практические основы организации и содержания поисково-исследовательской деятельности учащихся по математике. В работе приведено большое число заданий по математике исследовательского характера.

ISBN

© В.А. Далингер, 2005
© Издательство Омского государственного педагогического университета, 2005

СОДЕРЖАНИЕ

Введение 4

Глава I. Теоретические основы организации поисково-исследовательской деятельности учащихся в процессе обучения математике 16

§ 1. Психолого-педагогические основы организации поисково-исследовательской деятельности учащихся 16
§ 2. Функции поисково-исследовательской деятельности учащихся в обучении математике 55
§ 3. Структура и основные виды учебных исследований 64
§ 4.Творческое мышление учащихся как основной результат их поисково-исследовательской деятельности 74
§ 5. Поисково-исследовательские задачи по математике 90
§ 6. Приемы обучения учащихся решению и составлению поисково-исследовательских задач 102

Глава II. Содержание и методические особенности организации поисково-исследовательской деятельности учащихся в процессе обучения математике 122

§ 1. Различные задания по математике для организации поисково-исследовательской деятельности учащихся 124
§ 2. Содержание поисково-исследовательской деятельности учащихся в процессе изучения стереометрии 346
§ 3. Содержание поисково-исследовательской деятельности учащихся в процессе изучения алгебры и начал анализа 390
§ 4. Поисково-исследовательские задачи для самостоятельной работы 430

Список литературы 439

Моей первой учительнице Анне Антоновне Сахно посвящаю

ВВЕДЕНИЕ

Модернизация образования в базовом звене – общеобразовательной школе, предполагает создание условий для повышения качества общего образования через использование эффективных методов обучения, обеспечение дифференциации и индивидуализации образования, введение предпрофильного и профильного обучения, системы государственной оценки качества образования и др. Модернизация общего образования в целом включает и реформирование математического образования.

Способность познавать окружающий мир, действовать адекватно полученной информации, создавая благо для людей, является важной чертой образованного человека, ответственность которого за сохранение цивилизации за последнее время значительно возросла.

Соответственно этому социальное ожидание нашего общества состоит в становлении человека нового типа, имеющего адекватные социальные и методологические установки, владеющего познавательными методами и средствами, обладающего потребностью и готовностью находить решения проблем разного уровня сложности.

Результативность и действенность найденных и принятых решений во многом зависит от уровня сформированности познавательных умений специалиста, в том числе исследовательских умений. Важность проблемы формирования этих умений подтверждает проведенный нами анализ большого числа профессиограмм специалистов. В каждую из них включены в качестве обязательных умения: проводить исследования, формулировать и решать проблемы, нести ответственность за принятое решение. Эти умения являются инвариантны-

ми, они позволяют определять уровень профессиональной и социальной компетенции специалиста.

В связи с этим можно сделать вывод о том, что исследовательские умения в процессе подготовки человека как к профессиональной деятельности, так и к жизнедеятельности в целом должны стать предметом пристального внимания ученых-методистов.

Совершенствование учебного процесса идет сегодня в направлении увеличения активных методов обучения, обеспечивающих глубокое проникновение в сущность изучаемой проблемы, повышающих личное участие каждого обучающегося и его интерес к учению.

Целый ряд активных методов был разработан в начале XX века: метод проектов (Дж. Дьюи), эвристический (Г.А. Армстронг), опытно-эвристический (А.Я. Герд), лабораторно-эвристический (Ф.А. Винтергальтер), метод лабораторных уроков (К.П. Ягодовский), естественно-научного обучения (А.П. Пинкевич) и др. В это же время был создан целый класс имитационных игровых и неигровых методов. К первым относятся: разыгрывание ситуаций в ролях, производственные деловые игры, ситуационно-ролевые игры, стажировка с выполнением различных ролей, организационно-деятельностные игры и т.д. Ко вторым относятся: решение производственных задач, анализ конкретных ситуаций, социально-психологический тренинг «мозговой штурм», анализ случайных ситуаций, метод инцидента действия по инструкции, баскет метод и т.д.

Многие из перечисленных методов Б.Е. Райков в свое время назвал исследовательскими методами. В исследовательском методе учащиеся осуществляют самостоятельный поиск знаний, испытывают увлеченность идеей и процессом учения; этот метод реализует познавательную самостоятельность и творческую активность.

Исследовательская деятельность является одной из форм творческой деятельности, поэтому ее следует рассматривать в качестве составной части проблемы развития творческих способностей учащихся. Интеллектуальное и нравственное развитие человека на основе вовле-

чения его в разнообразную самостоятельную деятельность в различных областях знаний можно рассматривать как стратегическое направление развития образования.

Развитие личности учащегося, его интеллекта, чувств, воли осуществляется лишь в активной деятельности. Человеческая психика не только проявляется, но и формируется в деятельности, и вне деятельности она развиваться не может. В форме нейтрально-пассивного восприятия нельзя сформировать ни прочных знаний, ни глубоких убеждений, ни гибких умений.

Способность учащихся к творческой (а значит, и к исследовательской) деятельности эффективно развивается в процессе их целесообразно организованной деятельности под руководством учителя.

Под творческой деятельностью обучающегося можно понимать всякую деятельность, которая осуществляется не по заранее заданному алгоритму, а на основе самоорганизации, способности самостоятельно планировать свою деятельность, осуществлять самоконтроль, перестройку своих действий в зависимости от возникшей ситуации, способность пересмотреть, и, если необходимо, изменить свои представления об объектах, включенных в деятельность.

Н.Д. Волкова так определяет творческую деятельность обучающихся: «Применительно к процессу обучения творческую деятельность учащихся можно рассматривать как деятельность, направленную на реализацию имеющихся у них знаний, способов действия и формирования на основании этого новых знаний, новых способов действия» [44, с. 8].

Нужно создавать условия, способствующие возникновению у учащихся познавательной потребности в приобретении знаний, в овладении способами их использования и влияющие на формирование умений и навыков творческой деятельности.

К чертам творческой деятельности личности можно отнести: логическое мышление, чувство новизны, целенаправленность действий, лаконизм, способность рассматривать явления и процессы с новых то-

чек зрения и сближать отдельные области знаний, полноценность аргументации, способность чувствовать нечеткость рассуждений и т.д.

Развитие мышления учащихся может идти не только путем овладения специальными знаниями различных предметов, а и путем развития способностей к самостоятельной мыслительной деятельности.

А.Н. Колмогоров отмечал, что «даже простейшие математические сведения могут применяться умело и с пользой только в том случае, если они усвоены творчески, так что учащийся видит сам, как можно было бы прийти к ним самостоятельно» [105, с. 3].

Высказанной мысли ученого созвучны рассуждения П.И. Пидкасистого, который отмечает, что зачастую «внимание и энергия учащихся в основном сосредоточивается на содержательной стороне, процессуальная и логико-операционная сторона научного знания от их внимания ускользает, и в результате они ею в достаточной степени не овладевают» [155, с. 88].

Далее он предлагает выход из создавшегося положения: «Чтобы самостоятельно конструировать знания, надо знать, что конструировать (понятие, закон, правило) и как конструировать. Следовательно, для того чтобы учащиеся могли самостоятельно, на творческом уровне добывать знания, они должны знать предмет своей познавательной деятельности и знать, как с ним работать. И этому их нужно обучать специально. Иными словами, учащихся надо учить познавательной деятельности, вооружать их учебно-познавательным аппаратом» [155, с. 88–89].

Успех исследовательской деятельности учащихся в основном обеспечивается правильным планированием видов и форм заданий, использованием эффективных систем заданий, а также умелым руководством учителя этой деятельностью.

Раскрывая роль учителя в организации учебного исследования, отметим следующую систему его действий:

- умение выбрать нужный уровень проведения учебного исследования в зависимости от уровня развития мышления учащегося;

- умение сочетать индивидуальные и коллективные формы проведения исследований на уроке;

- умение формировать проблемные ситуации в зависимости от уровня учебного исследования, его места в структуре урока и от цели урока.

Учитель должен выступать не столько в роли интерпретатора науки и носителя новой информации, сколько умелым организатором систематической самостоятельной поисковой деятельности учащихся по получению знаний, приобретению умений и навыков и усвоению способов умственной деятельности.

В процессе исследовательской деятельности учащиеся овладевают некоторыми навыками наблюдения, экспериментирования, сопоставления и обобщения фактов, делают определенные выводы. Необходимо создавать условия, способствующие возникновению у учащихся познавательной потребности в приобретении знаний, в овладении способами их использования и влияющие на формирование умений и навыков творческой деятельности.

Развивающая функция исследовательской деятельности по математике заключается в том, что в процессе ее выполнения происходит усвоение методов и стиля мышления, свойственных математике, воспитание осознанного отношения к своему опыту, формирование черт творческой деятельности и познавательного интереса к различным аспектам математики.

Мотивом учебного исследования может служить интерес, внутреннее противоречие, вызывающее потребность, стремление школьника к исследованию неопределенности, содержащей знания, неизвестные учащемуся. При этом проблемная ситуация является условием возникновения у субъекта деятельности внутреннего противоречия. Фиксация проблемной ситуации (вычленение основного противоречия) заканчивается формулированием проблемы – цели исследования.

В учебном исследовании целеполагание становится движущей силой только тогда, когда цель субъективно важна и значительна для участника этого процесса [27].

Одной из основных задач современного образования является формирование творческой личности, способной реализовывать свой творческий потенциал как в собственных интересах, так и в интересах общества. Важное место в решении данной задачи отводится развивающему обучению, при котором на передний план выдвигаются проблемы развития познавательных процессов и способностей учащихся. В связи с этим процесс обучения должен быть направлен не только на вооружение учащихся необходимыми знаниями, умениями и навыками, но и на формирование умений получать новые знания, творчески решать стоящие перед ними задачи.

Для формирования творческих качеств личности важно решение проблемы полноценного развития учащихся в процессе обучения математике. Усвоение научных основ математики и успешное решение математических задач, изучаемых в школе, предполагают достижение учащимися определенного уровня развития мышления, поскольку оно является не только конечной целью, но и условием успешного усвоения такого предмета, как математика.

Исходя из положения, что без активной деятельности не может быть достигнуто полноценное сознательное усвоение знаний (причем деятельность ученика в процессе обучения – это учебная деятельность, составной частью которой является процесс познания), психолого-педагогические исследования убедительно свидетельствуют о том, что все познавательные процессы эффективно развиваются при такой организации обучения, когда учащиеся включаются в активную поисковую деятельность.

Современной психологией и дидактикой накоплен большой теоретический и практический опыт по исследованию и решению проблемы интеллектуального развития учащихся при обучении математике. Основу его составляют психологические закономерности умст-

венного развития школьников в процессе обучения, раскрытые в трудах А.В. Брушлинского, Л.С. Выготского, В.В. Давыдова, Е.Н. Кабановой-Меллер, З.И. Калмыковой, И.Я. Лернера, А.М. Матюшкина, Н.А. Менчинской, С.Л. Рубинштейна, И.С. Якиманской и др. Исходя из этих закономерностей, разработаны различные психолого-педагогические направления развития математического мышления учащихся (Р. Атаханов, Л.В. Виноградова, В.А. Крутецкий, Л.К. Максимов, Н.В. Метельский, А.А. Столяр, Л.М. Фридман, С.И. Шапиро и др.). Воспитанию у учащихся математического мышления, выявлению и исследованию его компонентов посвящены работы математиков-методистов Ю.М. Колягина, В.И. Крупича, Г.Л. Луканкина, О.С. Медведевой, В.И. Мишина, М.В. Потоцкого, И.М. Смирновой, Н.А. Терешина, С.И. Шварцбурда и др. Большой вклад в исследование вопросов формирования и развития математического мышления внесли математики Г. Вейль, Б.В. Гнеденко, А.Н. Колмогоров, А.И. Маркушевич, А. Пуанкаре, А.Я. Хинчин, Г. Штейнгауз.

Особую роль в интеллектуальном развитии учащихся играет исследовательская деятельность учащихся, непосредственно связанная с усвоением математических знаний. Поэтому успешное решение стоящих перед школой задач возможно посредством приобщения учащихся к исследовательской деятельности и развития способностей к ней в процессе обучения.

Основным признаками учебного исследования являются:

а) постановка познавательной проблемы и цели исследования;

б) самостоятельное выполнение обучающимися поисковой работы;

в) направленность учебного исследования обучающихся на получение новых для себя знаний;

г) направленность учебного исследования на реализацию дидактических, развивающих и воспитательных целей обучения.

Фундамент исследовательского метода в обучении был заложен еще классиками педагогической науки: Я.А. Коменским, Ж.Ж. Руссо, К.Д. Ушинским и т.д. Дальнейшее развитие их идей продолжили оте-

чественные педагоги и методисты: Б.В. Всесвятский, И.Я. Лернер, Н.И. Новиков, А.П. Пинкевич, Б.Е. Райков, М.Н. Скаткин и др.

Понятие исследовательской деятельности и организация учебно-воспитательного процесса на ее основе рассмотрены с разных сторон в ряде исследований психологов, философов и педагогов. Особый интерес представляют исследования, направленные на решение проблемы формирования исследовательских умений учащихся. Различные пути решения этой проблемы предлагаются: В.И. Андреевым, М.Г. Беккером, М.И. Линником, Р.И. Малафеевым, М.И. Махмутовым, И.Е. Мураховским, А.А. Никитиным, В.Г. Разумовским, А.А. Шаповаловым и другими.

Главную роль эффективного средства активизации учебного познания при обучении математике отводят исследовательской деятельности и современные педагоги и математики: А.Д. Александров, Я.И. Груденов, В.А. Гусев, О.Б. Епишева, В.И. Крупич, Г.И. Саранцев, А.А. Столяр, А.Я. Цукарь и др.

Есть работы, посвященные проблемам организации исследовательской деятельности в области школьной математики (Е.В. Баранова, Б.А. Викол, М.З. Каплан, Л.З. Карелин, Е.В. Ларькина, Л.Э. Орлова, Г.В. Токмазов и др.), в которых рассматриваются различные способы изучения и анализа задач исследовательского характера.

Немало работ, в которых уделяется должное внимание личностно-деятельностному подходу к учебному процессу, его психодидактическому проектированию. Но, как правило, проблема организации исследовательской деятельности учащихся не раскрывается полностью, их разрозненное использование не приводит к снятию проблемы формирования исследовательской деятельности учащихся в процессе обучения математике.

Стоит отметить, что в научной литературе по методике преподавания математики проблема приобщения учащихся к исследовательской деятельности реализуется через решение специальных исследовательских задач или через дополнительную работу над задачей. Та-

кая работа обычно занимает много учебного времени и напрямую не связана с усвоением изучаемого материала, следовательно, очевидно, что в практике обучения математике она проводится эпизодически и бессистемно. Целесообразно было бы организовать достижение тех же целей непосредственно в процессе выполнения учащимися учебно-познавательной деятельности, связанной с усвоением программных математических знаний. Поэтому изучить учебное исследование необходимо как многоаспектное дидактическое явление. Такая позиция требует раскрытия всего потенциала учебных исследований, следовательно, необходимо, прежде всего, дать теоретическое описание этого средства и далее разработать методические рекомендации по его использованию в практике обучения.

Результаты проведенного нами анкетирования учителей математики общеобразовательных школ показывают, что большинство педагогов считают необходимым систематическое вовлечение учащихся в учебные исследования на уроках математики, но испытывают трудности, связанные с отсутствием соответствующего методического обеспечения.

Проведенный нами анализ психолого-педагогической и методической литературы, посвященной проблеме организации учебных исследований при обучении учащихся математике, позволяет констатировать, что в настоящее время каждый из авторов трактует сущность понятия учебного исследования на частных, конкретных примерах, иллюстрирующих только отдельные его аспекты. Поэтому нет единого подхода к определению самого понятия учебного исследования, соответственно не выявлены их основные функции, виды, структура, не раскрыты методические особенности организации и использования учебных исследований в процессе обучения учащихся.

Таким образом, в настоящее время имеют место *противоречия:*

- между потенциальными возможностями школьного математического образования в организации исследовательской деятельности и слабой разработанностью методов и средств ее реализации;

- между потребностью школьной практики в научно-обоснованной методике организации учебных исследований при обучении учащихся математике и ее фактической направленностью на формирование лишь знаний, умений и навыков;

- между сложившейся практикой школьного математического образования, не обеспечивающей должной самостоятельности учащихся, и требованиями вузов к математической подготовке учащихся общеобразовательных школ как в содержательном, так и процессуальном плане;

- между новыми образовательными целями и традиционным обучением математике;

- между наличием большого количества работ в теории и методике обучения математике, посвященных исследовательской деятельности учащихся и их низкой эффективностью в практике обучения.

Сейчас, когда предметно-ориентированная парадигма образования сменяется на личностно ориентированную, следует понять роль учащегося, его главную задачу в получении не только знаний о существующих зависимостях в окружающем мире и описываемых математическими моделями, но и в овладении методологией творческого поиска.

Заметим, что традиционное обучение приспособлено в основном для обучения фактам, а не для процесса получения фактов. С.Л. Рубинштейн отмечал, что «процесс накопления знаний и умений называется учением, а процесс приобретения способностей – развитием» [173, с. 221].

К недостаткам описания учения как деятельности в концепциях учения относят следующие [91]:

- недостаточно четкое разграничение деятельности учения и деятельностей, усваиваемых в учении;

- неполное и недостаточно систематичное использование общей схемы анализа процессов как деятельности личности в описании учения;

- констатация наличия в учении компонентов, свойственных любой деятельности, без указания специфики их содержания применительно к учению.

Учение включает в себя два процесса: собственно учение и действие, усваиваемое в учении; хотя оба процесса взаимосвязаны, но они не тождественны.

В учебном процессе одни цели достигаются на основе репродуктивного учения, другие на основе продуктивного. И.И. Ильясов отмечает, что «репродуктивное учение позволяет успешно формировать знания, умения и навыки, развивать логику, продуктивное учение дает возможность развивать творческие способности. Оба вида учения являются взаимодополняющими» [91, с. 145].

И.Я. Лернер [128] полагает, что основная функция продуктивного учения состоит, прежде всего, в усвоении опыта творческой деятельности, а не в усвоении знаний, умений и навыков.

Целью данной работы является разработка теоретических основ и практических рекомендаций по организации поисково-исследовательской деятельности учащихся и разработка такого математического содержания, на основе которого возможна организация такой деятельности.

В работе отмечено, что важным для учащихся является приобретение психического опыта исследовательской деятельности. Осознание собственного открытия, опыт самостоятельной работы качественно изменяют отношение учеников к процессу познания. В результате исследовательской деятельности у школьников развивается важнейшая составляющая личности – активность, благодаря чему в проблемных ситуациях учащийся может добиваться самостоятельного решения поставленной задачи.

Заметим, что уже долгое время организации поисково-исследовательской деятельности учащихся по математике служит журнал «Квант», но в последнее время появляются и другие издания, которые посвящены исследовательской деятельности учащихся. Одно

из изданий мы укажем, оказав тем самым, как нам представляется, помощь и учителю, и учащимся: научно-методический и информационно-публицистический журнал «Исследовательская работа школьников» (адрес редакции: 115419, Москва, ул. Донская, д. 37, тел. 8-(095)-959-99-50).

Желаем учителю успехов в организации поисково-исследовательской деятельности учащихся, а им, творцам XXI века, удач в научных дерзаниях.

ГЛАВА I. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОРГАНИЗАЦИИ ПОИСКОВО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

§ 1. ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОРГАНИЗАЦИИ ПОИСКОВО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ

Большинство педагогов сходятся во мнении, что наиболее важной целью любого курса обучения является пробуждение в детях активных исследовательских интересов. Многие программы обучения подвергаются жесткой критике за то, что готовят потребителей готовых знаний.

Одним из первых сторонников исследовательского пути обучения, при котором ученики ставятся в положение первооткрывателей, был Ян Амос Коменский. Он полагал, что «следует учить главнейшим образом тому, чтобы они черпали знания не из книг, а наблюдали сами, …, чтоб исследовали и познавали самые предметы, а не помнили только чужие наблюдения и объяснения» [128, с. 140].

Через полтора столетия Жан Жак Руссо убедительно показал важность элементов обучения, которые в дальнейшем стали основой исследовательского метода.

В России идея исследовательского подхода в обучении была впервые выдвинута Н.И. Новиковым [140] во второй половине XVIII века. Большой вклад в разработку этого подхода в обучении внесли русские педагоги К.Д. Ушинский [195], Н.Ф. Бунаков [36], П.Ф. Каптерев [101] и др. Это были пока лишь первые попытки подхода к анализу исследовательского метода, напоминающие призывы к воспитанию самостоятельности учащихся, развитию их мышления без ясного осознания того уровня, которого надо и можно достигнуть. Так, К.Д. Ушинский, выдвигая познавательную самостоятельность уча-