

**Б.С. Галюкшов, В.А. Далингер,
С.Д. Симонженков**

***ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И
МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ С
ПРИМЕНЕНИЕМ МАТНСАД***

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ГОУ ВПО «ОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**Б.С. Галюкшов, В.А. Далингер,
С.Д. Симонженков**

***ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И
МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ С
ПРИМЕНЕНИЕМ МАТНСАД***

Учебное пособие

Омск – 2009

Печатается по решению редакционно-издательского совета ГОУ ВПО «Омский государственный педагогический университет»

ББК

Галюкшов Б.С., Далингер В.А., Симонженков С.Д. Элементы теории вероятностей и математической статистики с применением MATHCAD: учебное пособие. – Омск: Изд-во ГОУ ОмГПУ, 2009. – 142 с., – ил. 30.

ISBN 978-5-9658-0069-8

Данное учебное пособие знакомит с возможностями применения популярной среды компьютерной математики Mathcad в решении ряда задач теории вероятностей и математической статистики и в интерпретации основных понятий и принципов этих наук. Оно предназначено для учащихся и учителей математики школ, гимназий, техникумов, а также для студентов и преподавателей педвузов.

ISBN 978-5-9658-0069-8

© Галюкшов Б.С., Далингер В.А., Симонженков С.Д., 2009

© Омский государственный педагогический университет, 2009

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	4
1. Предварительные понятия и обозначения.....	9
2. Вычисление вероятностей по рекуррентным соотношениям	24
3. Метод Монте–Карло	28
4. Дискретные распределения	33
5. Некоторые виды непрерывных распределений	40
6. Оценивание	48
7. Статистическая проверка гипотез	55
8. Задачи для самостоятельного решения.....	87
9. Ответы к задачам, краткие решения	101
Литература	123
Приложение1. Используемые в тексте операторы и функции Mathcad.....	128
Приложение 2. Персоналии.....	134
Приложение 3. Англо–русский словарь терминов	140

ВВЕДЕНИЕ

Теория вероятностей – математическая наука, позволяющая по вероятностям одних случайных событий находить вероятности других случайных событий, связанных каким-либо образом с первыми.

Теория вероятностей, подобно другим наукам, развивалась из потребностей практики.

Начало систематического исследования задач, относящихся к массовым случайным явлениям, и появление соответствующего математического аппарата относится к началу XVII века. Необходимость создания математического аппарата, специально приспособленного для анализа случайных явлений, вытекала из потребности обработки и обобщения обширного статистического материала из всех областей науки.

Возникновение теории вероятностей в современном смысле слова относится к середине XVII века и связано с исследованиями Б. Паскаля, П. Ферма и Х. Гюйгенса в области теории азартных игр. Выдающуюся роль в развитии теории вероятностей сыграли Я. Бернулли, А. Муавр, С. Пуассон, П. Лаплас, К. Гаусс, П.Л. Чебышев, А.А. Марков, А.М. Ляпунов, С.Н. Бернштейн, А.Я. Хинчин, А.Н. Колмогоров и др.

Статистика осуществляет сбор, научную обработку, обобщение и анализ информации, характеризующей развитие экономики, культуры, образования, здравоохранение и условия жизни населения региона, страны и т.д. По словам английского статистика Р.Фишера статистика может быть охарактеризована "как наука о сокращении и анализе материала, полученного в наблюдениях".

В области математической статистики известны своими работами А.Н. Колмогоров, Н.В. Смирнов, Б.В. Гнеденко, В. Феллер, Р. Фишер, Е. Нейман, К. Крамер и др.

Вероятностные понятия и основанные на них статистические методы находят сегодня все более широкое применение в различных областях науки и в практической деятельности человека.

Сегодня элементы теории вероятностей и математической статистики входят "в математику для всех", становятся важным компонентом общего образования современного человека, они являются новым математическим инструментарием для решения многих проблем. Вероятностно-статистические законы стали основой описания научной картины мира.

Известный венгерский математик А. Реньи в одной из методических работ по теории вероятностей (ТВ) так мотивировал необходимость в ее изучении:

А) ТВ необходимо преподавать потому, что она играет важную роль в развитии мышления учащихся.

Б) ТВ необходимо преподавать потому, что ее выводы находят применение в повседневной жизни, науке, технике и т.д.

В) ТВ необходимо преподавать потому, что она имеет важное, ни с чем не сравнимое значение для математического образования.

Теория вероятностей позволяет выбрать разумную линию поведения при большом числе испытаний и сформировать своеобразное мировоззрение.

Далее в работе [36] заинтересованный читатель найдет комментарии к этим аргументам, обсуждение вопроса о том, что и как следует преподавать в курсе ТВ.

С указанными тезисами авторы полностью согласны и считают, что сказанное справедливо и для математической статистики (МС). Если в большинстве развитых стран элементы ТВ и МС давно присутствуют в школьном образовании, то в нашей стране их преподавание началось недавно (матклассы) и пока довольно робко – в виде электива. Запоздание, благодаря "стараниям" чиновников от образования, вызвано косным представлением о том, что наука – враг случайности, поэтому в школьном образовании рассказывалось только о законо-

мерностях. А ведь разработки по внедрению элементов ТВ и МС в школьный курс математики велись давно и многими – об этом свидетельствуют хотя бы источники [10, 12, 22, 26] в прилагаемом списке литературы. Что касается вузовского образования, то ТВ и МС изучают не только математики и физики, но и экономисты, инженеры, медики, гуманитарии и т. д.

С другой стороны, в настоящее время преподавание многих дисциплин, в частности, математической направленности, переживает этап значительных перемен, связанных с появлением различных пакетов компьютерной математики¹. Вышло достаточно большое количество учебных пособий, в которых основным побудительным мотивом является синтез традиционных принципов преподавания с достижениями информационно–коммуникационных технологий [3, 5, 15, 19, 32, 33, 40, 44]. Предлагаемое пособие написано с учетом этой тенденции. В качестве средства компьютерной математики взята система Mathcad. Почему?

Прежде всего, из-за чрезвычайной простоты интерфейса, которая сделала Mathcad одним из самых популярных среди студентов математическим пакетом. Математические выражения на экране компьютера представляются в общепринятой математической нотации – имеют точно такой же вид, как в книге, тетради, на доске. С ними можно выполнять символьные или численные операции, строить графики и т.п. Можно снабдить вычисления таблицами, текстовыми комментариями, иллюстрациями из других приложений и получать таким образом примеры, которые ранее не рассматривались в учебных курсах из-за громоздкости или сложности. Для решения задач ТВ и МС система Mathcad располагает достаточно богатой библиотекой встроенных функций, например, для порождения выборок из различных распределений. Обработывая генерированные данные, студент получает возможность сравнить предсказание теории с известными

¹ Анализ этого процесса содержится в монографии [35].

ему параметрами, при которых моделировалась выборка. Такой «игровой» элемент на практических занятиях в компьютерном классе естественно повышает интерес к теории.

Многие задачи в этой книге покажут читателю, каким образом с помощью теории вероятностей и математической статистики можно оптимизировать свое поведение, можно уменьшить свои усилия в решении тех или иных проблем.

От читателя предполагается усвоение теоретического минимума в семестровых курсах ТВ и МС педвуза, например, знание основных понятий и формул «наивной», элементарной теории вероятностей. Предполагается также наличие хотя бы первичных навыков работы в системе Mathcad, в частности, умение редактировать и форматировать графики, формулы, результаты вычислений.

В список литературы включены источники, в которых рассматриваются вопросы адаптации учебного материала курса теории вероятностей и математической статистики к способностям учащихся, а также вопросы методики преподавания этого материала. Литературу авторы подбирали по возможности наиболее свежую. Ее условно можно разбить на три части: источники для первоначального знакомства с ТВ и МС [6, 8, 10, 12, 21, 22, 26, 28, 29, 30, 34] , для углубленного изучения [2, 9, 13, 17, 18, 24, 25] и для изучения с применением средств компьютерной математики (список указывался выше).

Остановимся на кратком содержании работы. В разделе 1 приведены основные понятия и формулы ТВ и МС и соответствующие интерпретации и вычисления в среде Mathcad. В разделе 2 рассмотрены вычисления вероятностей по рекуррентным формулам. Поскольку этот способ мало отражен в имеющейся литературе, авторы сочли необходимым пояснить его на нескольких примерах. Раздел 3 посвящен методу статистических испытаний (методу Монте-Карло), который рассматривается на примерах вычисления некоторых интегралов. В разделах 4 и 5 приведены основные наиболее часто используемые дискретные и непрерывные распределения а также соответствующие

примеры в Mathcad. Темы разделов 6 и 7 достаточно хорошо отражены в пособии [32], поэтому мы ограничились примерами, которые выходят за его рамки. В частности, рассмотрены задачи оценивания и проверки гипотез в регрессионном анализе. В разделе 8 приведены задачи по всем рассмотренным темам, а в разделе 9 – подробные решения или краткие указания и ответы к ним. В заключение приведены некоторые приложения. Для удобства читателя перечислены использованные встроенные функции и операторы Mathcad, краткая информация об ученых, внесших значительный вклад в развитие ТВ и МС, а также небольшой англо-русский словарь терминов.