

**ДАЛИНГЕР В.А., СИМОНЖЕНКОВ С.Д.**

**РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ И  
ОПТИМИЗАЦИЯ НА КОМПЬЮТЕРЕ**

**Учебное пособие**

**ДАЛИНГЕР В.А., СИМОНЖЕНКОВ С.Д.**

**РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ И  
ОПТИМИЗАЦИЯ НА КОМПЬЮТЕРЕ**

**Учебное пособие**

ББК 22.193  
Д. 152

Печатается по решению  
редакционно-издательского совета  
ГОУ ВПО «Омский государственный  
педагогический университет»

Далингер В.А., Симонженков С.Д. Решение уравнений и оптимизация на компьютере: учеб. пособие. – Омск: – ООО ИПЦ «Сфера», 2011. – с.

ISBN 978-5-904947-26-2

Данное учебное пособие продолжает знакомить читателя с возможностями применения популярных сред компьютерной математики Mathcad и Maple в решении ряда задач, возникающих в прикладных исследованиях и учебном процессе (решения скалярных уравнений и их систем, решения рекуррентных соотношений, диофантовых уравнений, решения задач оптимизации). Оно предназначено для учащихся и учителей математики школ, лицеев, а также для студентов и преподавателей педвузов. Его основная цель состоит в том, чтобы на многочисленных примерах общематематического характера и примерах математического моделирования наряду с аналитическими решениями внутримодельных задач показать их компьютерные решения.

ББК

ISBN 978-5-904947-26-2

© Далингер В.А., Симонженков С.Д. 2011

## СОДЕРЖАНИЕ

Содержание.....	4
Введение .....	5
Глава 1. Решение скалярных уравнений и их систем.....	7
1.1. Что такое уравнение.....	7
1.2. Некоторые знаменитые уравнения.....	8
1.3. Решения систем уравнений .....	20
Глава 2. Решение рекуррентных уравнений.....	27
Глава 3. Уравнения в целых числах .....	36
3.1. Линейные диофантовы уравнения.....	36
3.2. Нелинейные диофантовы уравнения.....	43
Глава 4. Начала оптимизации .....	59
Глава 5. Классические разделы теории оптимизации .....	72
5.1. Исходные понятия.....	72
5.2. Геометрический смысл экстремальных задач.....	77
Глава 6. Задача безусловной оптимизации.....	81
Глава 7. Классическая задача на условный экстремум .....	88
Глава 8. Математическое программирование. Экономические задачи.....	97
Глава 9. Указания к решениям задач, ответы.....	110
Литература .....	144
Приложение 1 .....	147
Приложение 2 .....	150

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время преподавание многих дисциплин, в частности, математической направленности, переживает этап значительных перемен, связанных с внедрением в учебный процесс различных пакетов современной компьютерной математики. Вышло достаточно большое количество учебных пособий, в которых основным побудительным мотивом является синтез традиционных принципов преподавания с достижениями информационно-коммуникационных технологий [4, 5, 14, 15, 22, 26, 28, 34]. Предлагаемое пособие написано с учетом этой тенденции. В качестве средств компьютерной математики выбраны системы Mathcad и Maple. Почему?

Первая из них обладает чрезвычайной простотой интерфейса, которая сделала Mathcad одним из самых популярных среди студентов математическим пакетом. Математические выражения на экране компьютера представляются в общепринятой и знакомой нотации – имеют такой же вид, как в книге, тетради, на доске. С ними можно выполнять численные или символьные операции, строить графики и т.п.

Система Maple в диалоговом режиме решает огромное число математических задач от простых расчетов и численного моделирования до сложнейших аналитических преобразований и вычислений. Она имеет мощные графические средства, встроенный язык программирования, является справочником по практически всем разделам современной математики. Maple, как и Mathcad, – это среда для всех. В ней есть пакет для студентов STUDENT, имеются пакеты узкого назначения для профессиональных математиков.

Эти системы компьютерной математики представляют пользователю обширный набор инструментов для реализации графических, аналитических и численных методов решения математических задач. Выполняя рутинные или громоздкие несущественные операции, пакеты позволяют учащемуся, не владеющему в полной мере техникой математических преобразований, самостоятельно выполнять громоздкие вычисления, решать содержательные примеры,

приобрести устойчивые навыки решения общематематических и прикладных задач. В качестве таковых в данном учебном пособии рассматриваются задачи оптимизации и задачи, связанные с решениями уравнений в широком смысле – скалярных уравнений и их систем, уравнений рекуррентных и диофантовых. Но мы не рассматриваем здесь другие типы уравнений (функциональных, дифференциальных, интегральных, ...), так как это пособие ориентировано на школьников старших классов и студентов младших курсов педвузов. Некоторые рассматриваемые в пособии задачи несут в себе элементы математического моделирования, поэтому их полезно «взять на вооружение» школьным учителям и преподавателям вузов в связи с повышением прикладной направленности школьной и вузовской математики.

Пособие содержит краткие теоретические сведения и исторические экскурсы по текущей теме, примеры по ней и задания для самостоятельной работы. Большая часть из них снабжена краткими решениями или подсказками. Даются рекомендации по применению пакетов Mathcad и Maple в задачах, связанных с решением уравнений и оптимизации. Цель данного пособия – показать, как быстро и легко можно решать в указанных средах несложные задачи по означенной тематике.

Учащемуся полезно иметь под рукой справочные пособия или руководства по указанным системам, например, книги В.П.Дьяконова [14, 15]. Предполагается наличие хотя бы первичных навыков работы в этих системах, в частности, умение редактировать и форматировать графики, формулы, результаты вычислений. Основным объектом в работе будут функции. Их имена в Mathcad и Maple могут быть различными, например, арктангенс – соответственно  $atan(x)$ ,  $arctan(x)$ . Для получения информации о функции в Mathcad следует щелкнуть

*Insert*  $f(x)$  *Function* ,

а в системе Maple набрать  $?f;$ , где  $f$  – имя интересующей Вас функции.