

В.А. Далингер
Р.Ю. Костюченко

**Аналогия
в геометрии**

Омск 2001

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

В.А. Далингер
Р.Ю. Костюченко

Аналогия в геометрии

Учебное пособие

Омск 2001 г.

Печатается по решению научно-методического совета Омского государственного педагогического университета

ББК 74.262

ДАЛИНГЕР В.А., КОСТЮЧЕНКО Р.Ю. Аналогия в геометрии: Учебное пособие. – Омск: Изд-во ОмГПУ, 2001. - 149 с.: ил. - 50, таб. - 9.

ISBN 5-8268-0482-3

Данная работа представляет собой практико-ориентированную монографию и адресована студентам математических факультетов педагогических вузов, она будет также полезна учителям математики общеобразовательных школ, лицеев, гимназий, ПТУ, СПОУ.

В работе раскрыты психолого-педагогические и дидактико-методические основы использования метода аналогии в процессе обучения учащихся геометрии. Рассмотрены роль и место аналогии в установлении внутриспредметных связей между такими объектами планиметрии и стереометрии, как понятия, теоремы, аксиомы, методы решения задач, величины.

В учебном пособии приведена система задач, направленная на формирование у учащихся понятия предельной аналогии и выработке у них умений и навыков по ее использованию.

ISBN 5-8268-0482-3

2001

© В.А. Далингер, Р.Ю. Костюченко,

© Издательство ОмГПУ, 2001

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МЕТОДА АНАЛОГИИ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ УЧАЩИХСЯ ГЕОМЕТРИИ	
§1. Аналогия, ее место и роль в процессе обучения математике	9
§2. Анализ различных подходов к понятию аналогии в научно-методических исследованиях	15
§3. Предельная аналогия в процессе обучения учащихся геометрии	23
§4. Метод аналогии как средство реализации внутрипредметных связей в школьном курсе геометрии	32
§5. Теоретическая модель системы задач, обеспечивающая реализацию внутрипредметных связей посредством метода аналогии	47
ГЛАВА 2. МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ УЧАЩИХСЯ УМЕНИЮ ПРИМЕНЯТЬ МЕТОД АНАЛОГИИ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ КУРСА СТЕРЕОМЕТРИИ	
§1. Дидактико-методические особенности использования метода аналогии	62
§2. Требования к системе задач, направленной на обучение учащихся предельной аналогии	74
§3. Методика создания основного и производного списка пар аналогичных фигур планиметрии и стереометрии	78
§4. Методика обучения учащихся решению задач, которые предполагают использование предельной анalogии	91
§5. Задачи для самостоятельной работы	125
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	141

ВВЕДЕНИЕ

Проблема передачи подрастающему поколению опыта, накопленного человечеством, находится в центре внимания многих исследователей. Она особо актуальна для школьного образования, и, в частности, школьного математического. Это связано с тем, что в школе закладываются первоначальные знания основ наук, вырабатываются навыки и умения применять их на практике, формируется научное мировоззрение. Математика же как наука, изучающая величины, количественные отношения и пространственные формы, имеет применение во многих учебных предметах, используется во многих научных областях.

На современном этапе развития школьного образования одним из аспектов указанной проблемы является разработка эффективных методов преподавания учебных предметов и обеспечение усвоения их содержания. Отметим, что она не является новой для теории и практики обучения математике в средней школе. Однако на различных этапах становления школьного математического образования существенно менялись цели и способы ее осуществления.

Если ранее методы обучения главным образом нацеливались на усвоение знаний, умений и навыков, когда большой удельный вес знаний дается в готовом виде учителем без опоры на самостоятельную работу учащихся, то наметившаяся сейчас тенденция гуманизации образования, требующая поставить в центр учебного процесса личность ученика, сделав ее высшей ценностью и смыслом работы школы, предполагает изменение системы методов обучения, идущее за счет сокращения репродуктивных и фронтальных методов и форм. Учитель должен использовать методы и формы обучения, ориентированные на персонифицированную личность ученика, а не на обобщенную ее модель.

Активная позиция человека в процессе овладения знаниями предполагает использование методов научного познания. Их удачное преломление к процессу обучения в школе находится в центре внимания многих исследователей, поскольку обеспечивает активную позицию школьников в учебном процессе и, следовательно, повышает его эффективность и гуманизацию.

Использование в обучении такого метода научного познания, как аналогия, предполагает включенность ученика в процесс добывания знаний и, как следствие этого, более доступное, прочное и осознанное усвоение учебного материала, «так как часто обеспечивает мысленный

перенос определенной системы знаний и умений от известного объекта к неизвестному» [62, с.95].

Известно, что дети уже с первых шагов познания мира, а также в процессе учения стихийно пользуются аналогией, и поэтому оправдано обучение учащихся ее целенаправленному использованию.

Вопрос об аналогии в разных аспектах рассматривали в своих работах отечественные и зарубежные ученые: К.Б. Батороев, Г.Д. Балк, Е.А. Беляев, В.Г. Болтянский, С.Ф. Бондарь, В.А. Далингер, А.И. Жохов, А.А. Ивин, Ю.М. Колягин, В.В. Кочагин, Д. Пойа, Г.И. Саранцев, М.Н. Сизова, А.А. Столяр, А.И. Уемов, Л.М. Фридман, Б.З. Хынг, П.М. Эрдниев и др. Отдельные вопросы об использовании аналогии в обучении поднимаются также в различных публикациях [12, 17, 19, 38, 42, 53, 57, 81, 85, 101, 112] и в учебниках по методике преподавания математики. Но тем не менее до сих пор актуальными являются проблемы, связанные с различной трактовкой понятия аналогии, множественностью ее видов и, как следствие, разными подходами к ее использованию в обучении.

В большинстве работ авторами отмечается положительная роль применения аналогии в обучении, однако, как отмечает А.И. Жохов, в методических руководствах недавнего прошлого (60-е годы) нередко говорилось об ограниченном и осторожном ее применении [32, с.4]. Отметим, что такие высказывания направлены скорее не на запрет применения аналогии вообще, а против необоснованных и непроверенных выводов по аналогии. Так, еще А.Я. Хинчин в свое время говорил о борьбе «против *необоснованных* аналогий» в математике [99, с.22].

Подчеркнем, что аналогия дает возможность получать новые знания. Методы, позволяющие самостоятельно добывать необходимую информацию, сегодня имеют большую актуальность в жизни, поскольку объем знаний, получаемый людьми, значительно больше того, которым в состоянии овладеть один конкретный человек.

Рассматриваемая нами предельная аналогия – один из видов аналогии – отвечает стремлениям человека наблюдать и изучать различные предметы и явления в случаях их крайних, предельных состояний. Так, например, в физике исследуют твердость, упругость, электрическую проводимость тел при высших и низших достижимых температурах, подвергают исследованию самые длинные и самые короткие световые волны. Э. Мах пишет, что, предпринимая опыты такого рода, всегда возможно рассчитывать на плодотворные результаты [57, с.222].

В математике предельная аналогия возникает в том случае, если предельное преобразование математического объекта приводит к возникновению у него системы свойств, совпадающей с соответствующей системой свойств какого-либо другого математического объекта. В зависимости от того, к каким фигурам применены предельные преобразования, мы рассматриваем два вида предельной аналогии: *а)* предельная аналогия возникает между исходным объектом и тем же самым объектом, но после применения к нему предельного преобразования; *б)* предельная аналогия между двумя объектами возникает после того, когда над каждым из них было совершено предельное преобразование.

Тот факт, что предельная аналогия является одним из видов аналогии, позволяет применить к разработке методики ее использования в обучении те же идеи и приемы, которые уже использовались в методике преподавания математики различными авторами. Однако в силу своей специфичности, предельная аналогия требует разработки собственной методики преподавания, которая на сегодняшний день отсутствует.

Необходимость использования аналогии в обучении подтверждается исследованиями психологов. Так, М.А. Холодная говорит о необходимости таких форм организации учебной информации, которые «позволяли бы ребенку мысленно участвовать в процессе рождения нового понятия, пересматривать его содержание по мере углубления представлений о соответствующих математических объектах вплоть до самостоятельного выстраивания нового понятия на базе некоторых исходных понятийных знаний» [100, с.329].

Этому во многом способствует логическое строение геометрии: с одной стороны, многие геометрические понятия определяются через другие понятия, с другой стороны, предельные преобразования одних геометрических объектов приводят к образованию других объектов.

Лежащая же в основе аналогии возможность переноса свойств планиметрических объектов и отношений между ними на стереометрические и наоборот есть не что иное, как процесс установления связей курсов планиметрии и стереометрии. Вообще при поиске решения задачи или доказательстве теоремы происходит перенос фактов, способов, а иногда одновременно и фактов, и способов решения одних задач на другие. Перенос же следует рассматривать как активный процесс, который на основе сопоставления, сравнения, анализа изучаемого материала приводит к обобщению переносимых знаний и способов деятельности учащихся. Перенос знаний, то есть их использование в новых условиях, является

тем действием, которое позволяет формировать у школьников представления о внутрипредметных связях геометрии и представление о математике как единой науке.

Установление внутрипредметных связей школьного курса геометрии становится наиболее актуальной задачей при изучении стереометрии, и это во многом связано с тем, что курс стереометрии является логическим продолжением планиметрического курса и одновременно завершающим этапом при обучении геометрии в школе.

Проблемам совершенствования процесса обучения математике на основе целенаправленной реализации внутрипредметных и межпредметных связей посвящены многие исследования [24, 25, 59, 63, 75, 83, 111].

Реализация внутрипредметных связей не может происходить сама по себе, для этого нужна специальная организация как учебного материала, так и самого процесса обучения, направленная на установление этих связей.

Долгое время совершенствование учебного процесса осуществлялось лишь за счет варьирования содержания учебного материала, а вместе с тем, как показали наши исследования, большие резервы лежат в области разработки новых форм и методов обучения. И хотя проблемы реализации внутрипредметных связей и использования аналогии в обучении не являются абсолютно новыми, установление связей внутри геометрии на уровне деятельности с использованием аналогии в научных исследованиях не рассматривалась.

Традиционный подход в обучении геометрии в школе строится на последовательном изучении вопросов планиметрии и стереометрии, абсолютное большинство стереометрических фактов излагается без установления внутрипредметных связей с аналогичными фактами планиметрии. Примером может служить изолированное изложение тем «Треугольник и его свойства» и «Тетраэдр и его свойства», «Окружность, круг и их свойства» и «Сфера, шар и их свойства» и т.д. Все это есть следствие линейного построения курса геометрии.

Как показал наш опыт, целесообразно на основе линейно-концентрической организации курса увязать изучение этих и других тем. Большую роль при этом будут играть аналогии, устанавливающие связь между планиметрическими и стереометрическими объектами.

Однако в школьной практике учителя не уделяют особого внимания обучению учащихся строить и использовать выводы, полученные с помощью метода аналогии. На наш взгляд, это связано с двумя причинами. Во-первых, выводы по аналогии всегда лишь