

**В. А. ДАЛИНГЕР,
С. Д. СИМОНЖЕНКОВ**

**МОДЕЛИРОВАНИЕ
С ПОМОЩЬЮ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ
УРАВНЕНИЙ**

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

Омск 2008

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ РФ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

В. А. Далингер, С. Д. Симонженков

МОДЕЛИРОВАНИЕ С ПОМОЩЬЮ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Учебное пособие

Издательство



«Сфера»

ОМСК 2008

ББК 74.262
Д 152

Печатается по решению
редакционно-издательского совета
Омского государственного педагогического университета

Д 152 **Далингер В. А., Симонженков С. Д.**
Моделирование с помощью дифференциальных уравнений: учебное пособие. – Омск: Изд-во ООО ИПЦ «Сфера», 2008. – 44 с.

ISBN 978-5-9658-0050

Данное учебное пособие популярно знакомит с возможностями применения обыкновенных дифференциальных уравнений при изучении реальных процессов и явлений. Приемы составления дифференциальных уравнений и методы их решения иллюстрируются задачами из различных областей знания.

Пособие предназначено для учащихся и учителей математики школ, гимназий, лицеев, техникумов, а также для студентов и преподавателей педвузов.

ББК 74.262

ISBN 978-5-9658-0050

© В. А. Далингер,
С. Д. Симонженков, 2008
© ООО ИПЦ «Сфера», 2008

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
§ 1. «Собачья» кривая, или трактриса	6
§ 2. Кривые резания	7
§ 3. Задача о форме рефлектора	8
§ 4. Задача о дорожно-транспортном происшествии	10
§ 5. Задача о падении парашютиста	11
§ 6. Задача о дороге, по которой не трясет телегу с квадратными колесами	13
§ 7. Задача о второй космической скорости	16
§ 8. Задача о брахистохроне	17
§ 9. Кривая погони	20
§ 10. Охота за подводной лодкой	22
§ 11. Случай из криминалистики	24
§ 12. Водяные часы	26
§ 13. Цепная линия	28
§ 14. Задача о поглощении света	29
§ 15. Задача о полете тела, брошенного под углом к горизонту	30
§ 16. Вывод закона тяготения из законов Кеплера	31
§ 17. Дифференциальные модели в экологии	36
§ 18. Задачи для самостоятельного решения	38
Литература	40

ВВЕДЕНИЕ

Дифференциальное уравнение – уравнение, содержащее искомую функцию, ее производные различных порядков и независимые переменные. Теория дифференциальных уравнений возникла в конце XVII века под влиянием потребностей механики и других естественно-научных дисциплин, по существу одновременно с дифференциальным и интегральным исчислениями.

Простейшие дифференциальные уравнения встречались уже в работах И. Ньютона и Г. Лейбница; термин «дифференциальное уравнение» принадлежит Г. Лейбницу.

В очень большом числе случаев законы природы, управляющие теми или иными процессами, выражаются в форме дифференциальных уравнений, а расчет течения этих процессов сводится к решению дифференциальных уравнений.

Дифференциальные уравнения являются, по-видимому, самыми распространенными моделями при изучении реальных процессов и явлений. В построении дифференциальной модели важное, а часто и главное, значение имеет знание законов той области, с которой связана природа изучаемой задачи. Так, в механике это могут быть законы Ньютона, в теории электрических цепей – законы Кирхгофа и т.д. Характер задач, сводящихся к дифференциальным уравнениям, и методику их решения можно описать следующим образом.

Происходит некоторый процесс (физический, химический, экономический и т.д.); нас интересует определенная функциональная характеристика роста этого процесса (например, закон изменения положения тела в пространстве в зависимости от времени). Если имеется достаточно полная информация о течении этого процесса, то можно попытаться построить его математическую модель – дифференциальное уравнение, одним из решений которого является искомая функциональная характеристика процесса. Таким образом, дифференциальное уравнение моделирует процесс в том смысле, что оно описывает эволюцию процесса в зависимости от первоначального состояния.

Конечно, на практике приходится иметь дело со случаями, когда неизвестны законы, позволяющие сразу составить дифференциальное