

*В. А. Далингер, С. Д. Симонженков*

**РЕАЛИЗАЦИЯ ВНУТРИПРЕДМЕТНЫХ СВЯЗЕЙ  
ПРИ РЕШЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ  
ПОСРЕДСТВОМ КОГНИТИВНО-ВИЗУАЛЬНОЙ  
ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

Омск – 2013

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Омский государственный педагогический университет»

*В. А. Далингер, С. Д. Симонженков*

**РЕАЛИЗАЦИЯ ВНУТРИПРЕДМЕТНЫХ СВЯЗЕЙ  
ПРИ РЕШЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ  
ПОСРЕДСТВОМ КОГНИТИВНО-ВИЗУАЛЬНОЙ  
ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

*Учебное пособие*

Омск – 2013

**ББК 74. 262**  
**Д 152**

Печатается по решению редакционно-издательского  
совета ФГБОУ ВПО «Омский государственный  
педагогический университет»

**Д 152. Далингер В. А., Симонженков С.Д. Реализация внутрипредметных связей при решении математических задач посредством когнитивно-визуальной деятельности: учебное пособие. – Омск: Изд-во ОмГПУ, 2013. – 195 с.**

**ISBN 978-5-8268-1825-1**

В данной работе излагается сущность когнитивно-визуального подхода к обучению математике, указываются функции внутрипредметных связей в организации системных знаний и в синтезе наук. Концепция авторов сопровождается достаточно большим количеством иллюстративных примеров, снабженных подробными решениями, и задачами для самостоятельной работы. Пособие предназначено для студентов младших курсов математических факультетов педвузов. Оно вполне доступно школьникам старших классов, может быть полезным в практической работе учителей и преподавателей математики.

**ББК 74. 262**

© В. А. Далингер, С.Д. Симонженков, 2013

**ISBN 978-5-8268-1825-1**

© ОмГПУ, 2013

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	4
Глава 1. Внутрипредметные связи и их сущность.....	7
Глава 2. Когнитивно-визуальный подход и его особенности в обучении математике .....	20
Глава 3. Встанем на геометрическую точку зрения .....	42
Глава 4. Решение геометрических задач аналитическим методом.....	53
Глава 5. Применения производной.....	66
Глава 6. Применения интеграла.....	79
Глава 7. Рекуррентные соотношения. Итерации .....	93
Глава 8. Метод неопределенных коэффициентов .....	112
Глава 9. Привлекаем комплексные числа .....	121
Глава 10. Графики в решении текстовых задач .....	133
Глава 11. Компьютер помогает решить задачу .....	138
Глава 12. Решения задач.....	151
Литература .....	191

## ВВЕДЕНИЕ

Как известно, «братьям нашим меньшим» основную информацию дает обоняние. В отличие от них, человеку основной объем информации (до 90 процентов) дает зрение, глаз можно по праву назвать его главным органом чувств. В многочисленных исследованиях физиологов показано, что нервный аппарат глаза – это часть мозга в самом буквальном смысле. «Разумный глаз» видит мир как бы сквозь систему нервных процессов, непрерывно протекающих в мозгу. Разумность глаза состоит в том, что зрение способно проникать в невидимую суть видимых вещей, оно часто позволяет узнавать качества предметов, мало доступных чувствам, но известных разуму. Не случайно во многих языках глаголы «видеть» и «понимать» являются синонимами. По-видимому, в любом процессе обучения, в частности, математике, визуализация играет главенствующую роль; при этом под визуализацией понимается представление информации в виде оптического изображения (рисунки, фотографии, диаграммы, таблицы, графики и т.д.). Не удивительно поэтому, что в учебных пособиях, грамотно написанных с педагогической точки зрения, отдается приоритет когнитивно-визуальному подходу к обучению математике, основу которого составляют зрительные образы. Увы, таких пособий не так уж много, визуальные доказательства больше присущи научно-популярной литературе. Преподавателю следует восполнять этот недостаток, предлагая учащимся задачи, подобные описанным в данной работе. Следует придерживаться такой методики, которая формировала бы у учащегося визуальное мышление – умение переходить к зрительным образам, используя тем самым познавательную функцию наглядности. Умение «видеть» графики, применять их при решении уравнений и неравенств, при исследовании свойств функций всегда было важным элементом математического образования, развитие навыков «графического» мышления – одна из главных задач школьного курса математики.

В данной работе представлено достаточно большое число примеров и задач по различным разделам школьной и вузовской математики, решение которых строится на когнитивно-визуальном подходе. С другой стороны, особого

внимания заслуживает проблема реализации внутрпредметных и межпредметных связей посредством систем задач. При этом под внутрпредметными связями понимаются всевозможные отношения между понятиями и их свойствами в рамках одного предмета (например, в рамках алгебры), межпредметные связи выражают объективно существующие связи между различными учебными дисциплинами (например, между физикой и геометрией).

Достоинства и недостатки учебных пособий по математике (как школьных, так и вузовских) давно отмечались и критиковались. В них большинство задач мало связаны между собой: они служат для иллюстрации и закрепления какого-то одного правила, чтобы «набить руку» в его применении. В противоположность им, поисковые задачи, вроде олимпиадных, имеют глубокий подтекст. В них часто отражены межпредметные связи, они порождают поучительные вопросы, из которых в свою очередь возникают новые интересные задачи. Решая их, приходится прибегать к правдоподобным рассуждениям, догадке. Но чаще всего в обучении на угадывание наложен запрет. Тогда как в любом научном исследовании, в том числе математическом, как писал Д. Пойа, «Сначала угадывайте, а потом докажите!» – это почти правило.

В своей «Всеобщей арифметике» И. Ньютон отмечал: «Я занимался до сих пор решением ряда задач, ибо при изучении наук примеры полезнее правил». Согласно Д. Пойа, лучший способ изучить – это открыть самому. По воспоминаниям академика И.М. Гельфанда он, будучи еще подростком, путем самообразования, решал конкретные задачи. Так он открыл для себя все пифагоровы тройки, нашел формулу Эйлера-Маклорена, производящую функцию для чисел Бернулли и еще ряд результатов классиков математики. Став маститым ученым, он говорил своим ученикам: «Теории приходят и уходят, а задачи остаются». И снова Д. Пойа: «Если вы хотите плавать, то смело входите в воду, а если хотите научиться решать задачи, то решайте их».

Решение учащимися предлагаемых задач послужило бы средством формирования навыков самостоятельной деятельности. Пусть это – работа по аналогии или образцу, но ведь и она требует переноса известного способа решения

задачи в аналогичную или отдаленно аналогичную ситуацию. Заметим, что ситуация часто имеет межпредметный характер, когда лишний раз убеждаемся в условности границ, отделяющих, например, анализ от геометрии.

Как говорил Шерлок Холмс, «... всякая задача кажется очень простой после того, как вам ее растолкуют». Поэтому совет читателю: если не удастся решить задачу сразу, не спешите смотреть решение. Если с задачей справились сами, сравните ваше решение с авторским. Иногда заметите пробел в своем решении или недостаток в авторском, узнаете о связях задачи с другими интересными вопросами, найдете ссылки на доступную литературу и т.п. Успехов в работе!