В. А. ДАЛИНГЕР

МЕТОДИКА РЕАЛИЗАЦИИ ВНУТРИПРЕДМЕТНЫХ СВЯЗЕЙ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

«ПРОСВЕЩЕНИЕ»

В. А. ДАЛИНГЕР

МЕТОДИКА РЕАЛИЗАЦИИ ВНУТРИПРЕДМЕТНЫХ СВЯЗЕЙ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

КНИГА ДЛЯ УЧИТЕЛЯ

МОСКВА "ПРОСВЕЩЕНИЕ" 1991

ББК 74.262
Д15

Рецензенты:
кандидат педагогических наук *В. И. Крупич;*
кандидат педагогических наук *Л. О. Денищева*

Далингер В. А.
Д15 Методика реализации внутрипредметных связей при обучении математике: Кн. для учителя.— М.: Просвещение, 1991.— 80 с.: ил.— ISBN 5-09-002726-9.

Автором разработана оригинальная и экспериментально опробированная методика реализации внутрипредметных связей в обучении математике. Она повышает эффективность работы учителя и качество обучения школьников. Книга снабжена большим количеством конкретных примеров, позволяющих учителю улучшить методику обобщающего повторения.

Д $\frac{4306010000-316}{103(03)-91}$ 67—91 ББК 74.262

ISBN 5-09-002726-9

ВВЕДЕНИЕ

В условиях более ранней специализации обучения нужны такие программы и учебники по математике, которые позволили бы эффективно дифференцировать усвоение материала учащимися на обязательном и углубленном уровнях. Это возможно за счет реализации в учебных курсах различной степени полноты внутрипредметных связей. Усиление внутрипредметных связей следует рассматривать как одно из важнейших направлений дидактического совершенствования школьного курса математики.

Понятия и их свойства, методы доказательства теорем, методы решения задач должны быть организованы в определенную систему, только в этом случае возможно успешное оперирование ими.

Роль внутрипредметных связей в учебном процессе велика, они непосредственно влияют на достижение обучающей, развивающей и воспитывающей целей обучения. При этом внутрипредметные связи формируют у учащихся научное мировоззрение, помогают видеть мир в движении и развитии, способствуют установлению логических связей между понятиями, тем самым развивают логическое мышление учащихся, выступают средством предупреждения и ликвидации формализма в знаниях школьников, позволяют сформировать такую систему знаний, которая предстает перед учащимися не как застывшая, а как динамичная, качественно изменяющаяся, сокращают затраты учебного времени, способствуют устранению перегрузки школьников.

Задача учителя — вооружить учащихся учебно-познавательным аппаратом, способами деятельности по овладению этими связями. Это в свою очередь требует формирования у школьников определенной системы умений и навыков. Все учебные умения и навыки можно разделить на две группы: специальные, формируемые на базе одного учебного предмета, и общие, формируемые на базе системы многих предметов. К ним относят: общелогические, учебные, поисково-информационные, организационно-познавательные. Формирование специальных умений и навыков происходит во внутрипредметном плане, но при этом возможен перенос их в область смежных дисциплин.

Так, например, умения и навыки работы с приближенными числами в курсе алгебры формируются у учащихся для дальнейшего использования в курсах физики, химии, биологии и т. д., где фактически всегда имеют дело с приближенными значениями той или иной величины.

Всякое изменение лишь в обозначениях, принятых в школьном курсе математики, уже приводит к увеличению числа неверных и неполных ответов. Приведем примеры.

1. При выполнении действий $(2a+b)^2$ лишь 6% учащихся VII класса одной из школ дали неверные ответы. Когда же учащимся для преобразования было предложено выражение

$(2v_1+v_2)^2$, то количество неверных ответов составило 26,5%.

2. При упрощении выражения $ac-a(b+c)$ ошибки допустили 17% учащихся VII класса, а при упрощении выражения $m_1m_2-m_1(m_3+m_2)$ число учащихся, допустивших ошибки, составило 38%.

Эти два примера показывают, что при отработке у учащихся навыков выполнения тождественных преобразований следует предлагать такие упражнения, в которых используются типичные обозначения из смежных дисциплин.

Реализация внутрипредметных связей в обучающей деятельности учителя заключается прежде всего в отборе материала, который представляет эти связи, в выборе организационных форм, методов и приемов обучения, направленных на наиболее успешное усвоение этого материала. Реализация внутрипредметных связей с позиции учебной деятельности ученика состоит в его самостоятельной работе по усвоению связей между изученными частями материала, по обобщению и систематизации знаний.

Но несмотря на то что учебная деятельность учащихся и обучающая деятельность учителя составляют единство в процессе обучения, ведущее начало все же принадлежит последней.

При реализации внутрипредметных связей в процессе обучения следует учитывать тот факт, что связи могут быть логико-математического и методического характера.

Логико-математические связи есть необходимые, глубокие, органичные связи, вытекающие из логики и содержания учебного предмета; на их основе в дальнейшем строится изучение материала.

Примером логико-математической связи может служить связь между функциями:

а) $y=x^n$ и $y=\sqrt[n]{x}$; в) $y=\cos x$ и $y=\arccos x$;

б) $y=a^x$ и $y=\log_a x$; г) $y=\mathrm{tg}\, x$ и $y=\mathrm{arctg}\, x$ и др.,

ибо одна функция получается из другой как обратная. (Конечно, каждая из них могла бы быть определена аксиоматически или задана в виде соответствующего функционального ряда, но в школе эти пары функций строятся на основе понятия обратной функции.)

Приведем еще пример логико-математической связи, в основе которой лежит понятие квадратного трехчлена. Изобразим эту связь схематически на рисунке 1.

Методические связи выполняют чисто дидактические функции, они приводятся с целью иллюстрации, сравнения, сопоставления, противопоставления и т. д. Эти связи реализуются учителем в процессе адаптации учебного материала к возрастным и индивидуальным особенностям учащихся.

Примерами методических связей могут служить следующие. При рассмотрении в V классе сочетательного закона умножения

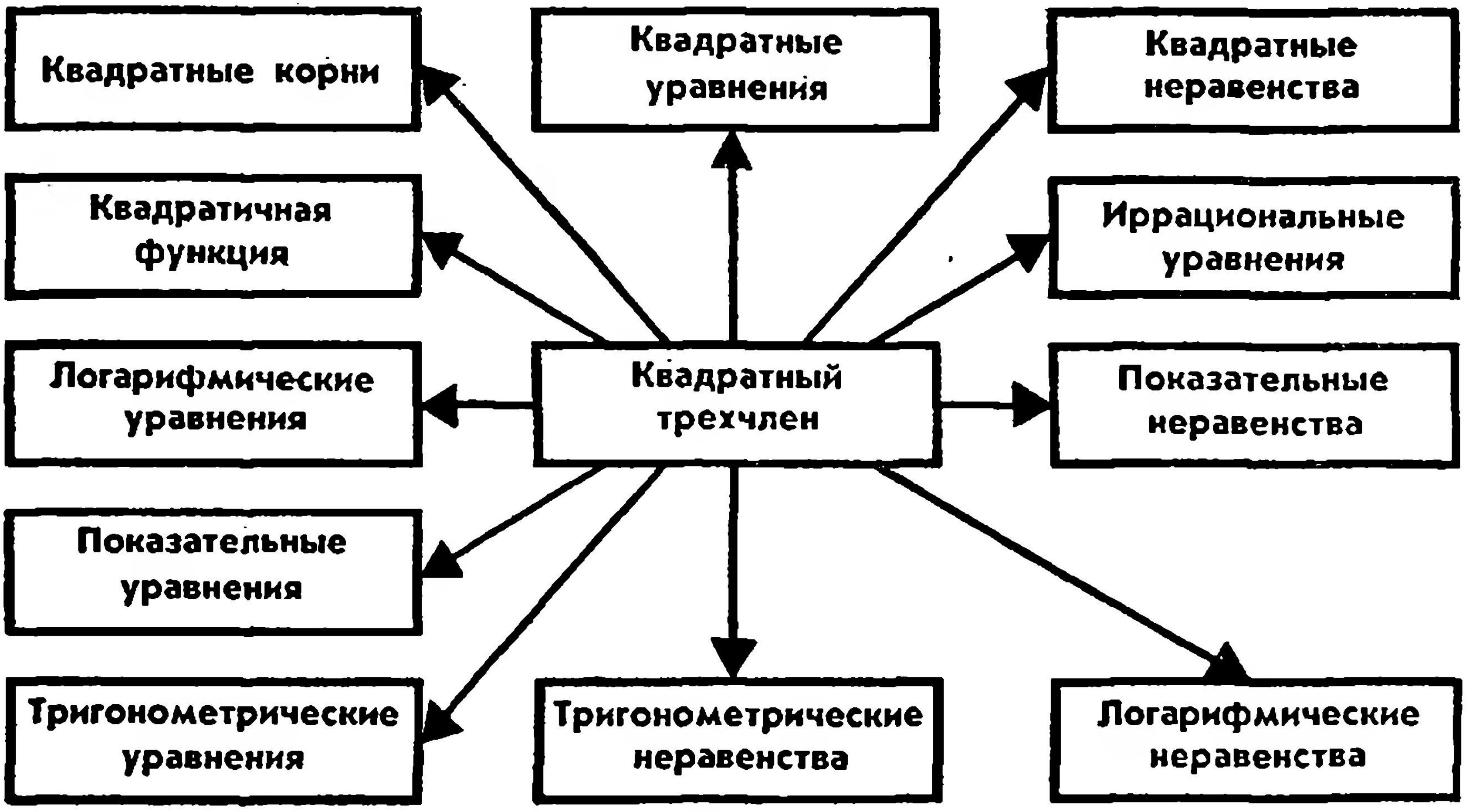

Рис. 1

используется понятие объема прямоугольного параллелепипеда, при введении в X классе понятия производной функции, рассматривается задача о мгновенной скорости прямолинейного неравномерного движения. Могут быть использованы и такие задачи: линейная плотность неоднородного стержня, проведение касательной к кривой, мгновенная величина тока в цепи, теплоемкость тела, скорость химической реакции и т. д.

Методические связи по времени их функционирования могут быть различны. Приведем некоторые примеры.

1. В курсе математики V класса, когда формируются начальные представления о буквенных выражениях, мы, устанавливая связь с числовыми выражениями, записываем их в виде $4 \cdot a \cdot b$; $2{,}5 \cdot a + 3 \cdot b$ (используем знак умножения). Затем мы формируем у учащихся умения записывать подобные выражения без использования знака умножения. Связь между формой записи числовых и буквенных выражений в первом случае была временная, уступившая затем свое место другой, постоянной связи.

2. Формируя у учащихся понятие числового коэффициента, мы вначале пишем и коэффициент единицу. Это соблюдается лишь на первых этапах работы с этим понятием, затем же эта временная методическая связь уступает место другой форме связи — записи выражения без единичного коэффициента.

3. При сложении десятичных дробей учащиеся допускают ошибки, связанные с недостаточным осознанием поразрядного характера этого действия. Примеры ошибок:

$$+\begin{array}{r}356\\2{,}75\\\hline 6{,}31\end{array};\qquad +\begin{array}{r}7{,}56\\12{,}7\\\hline 88{,}3\end{array}.$$

Учителя при первоначальном обучении учащихся сложению десятичных дробей используют прием уравнивания числа знаков после запятой в слагаемых путем приписывания нулей. В дальнейшем, когда у школьников на хорошем уровне будет выработан формируемый навык, от этого приема отказываются.

Учителю следует самому ориентироваться в каждой конкретной ситуации и определять момент ослабления той или иной методической вре́менной связи. Это, в первую очередь, зависит от индивидуальных и возрастных особенностей школьников, от уровня овладения ими обязательными результатами обучения. Преждевременный перевод временной методической связи в постояннодействующую, т. е. стремление учителя как можно скорее сформировать у учащихся стабильный, свернутый навык, есть основная причина формального усвоения тех или иных правил, алгоритмов, законов; при свертывании выпадают теоретико-обосновывающие положения и могут возникать ошибочные связи.

Например, формирование у школьников VII класса умения преобразовывать многочлен к стандартному виду без достаточной по времени опоры на теоретическое обоснование операционного состава действий приводит к тому, что лишь небольшой процент (17,8%) опрошенных учащихся смогли указать использованные ими свойства действий: переместительный, сочетательный, распределительный законы. Лишь 29% опрошенных учащихся VIII класса смогли обосновать, почему общий знаменатель «исчезает», когда мы избавляемся от дробных выражений в уравнениях, но остается, когда мы производим сложение и вычитание алгебраических дробей.

Еще пример. Учащиеся XI классов не смогли установить ошибочность такого вычисления интеграла:

$$\int_{-2}^{5} \frac{dx}{x^2} = \int_{-2}^{5} x^{-2}\,dx = -x^{-1} \Big|_{-2}^{5} = -\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{2}\right) = -0{,}7.$$

(Объяснить неверный ответ можно было следующим образом: так как подынтегральная функция всюду положительна и интеграл есть площадь криволинейной трапеции, то в ответе должно было бы получиться число положительное.)

Для формирования у учащихся того или иного алгоритма учителя чаще всего используют развернутую форму записи лишь на этапе вывода правила (2—3 примера), а затем сразу дают свернутый образец его выполнения. В основе такого подхода лежит стремление учителя как можно быстрее сформировать у школьников операционный состав умений, но в результате этот состав усваивается формально, вне сферы действия обосновывающих знаний. Приведем пример.

Учащимся V класса было предложено выполнить в развернутой форме преобразование числа $7\frac{3}{5}$ в неправильную дробь. Лишь 3,7% учащихся смогли выполнить это задание, и только эти учащиеся смогли дать теоретическое обоснование алгоритму преобразования.

Свернутая запись алгоритма: $7\frac{3}{5}=\frac{7\cdot5+3}{5}$.

Развернутая запись алгоритма:

$$7\frac{3}{5}=7+\frac{3}{5}=\frac{7\cdot5}{5}+\frac{3}{5}=\frac{7\cdot5+3}{5}.$$

Для каждого ученика должен быть определен свой временной отрезок действия тех или иных методических связей независимо от того, имеют ли эти связи место в учебниках или нет. Не следует, например, торопиться при отработке правила перемены знака перед дробью и ее компонентами. Больше пользы будет от подробных записей.

а) $\frac{c}{-d}=\frac{1\cdot c}{-1\cdot d}=\frac{1}{-1}\cdot\frac{c}{d}=-1\cdot\frac{c}{d}=-\frac{c}{d}$;

б) $\frac{-c}{d}=\frac{-1\cdot c}{1\cdot d}=\frac{-1}{1}\cdot\frac{c}{d}=-1\cdot\frac{c}{d}=-\frac{c}{d}$;

в) $\frac{-c}{-d}=\frac{-1\cdot c}{-1\cdot d}=\frac{-1}{-1}\cdot\frac{c}{d}=1\cdot\frac{c}{d}=\frac{c}{d}$.

Слабым ученикам следует показать развернутую форму записи действия сокращения алгебраических дробей:

$$\frac{18a^2b}{24acb^3}=\frac{6\cdot3\cdot a\cdot a\cdot b}{6\cdot4\cdot a\cdot c\cdot b\cdot b^2}=\frac{6ab\cdot3a}{6ab\cdot4cb^2}=\frac{3a}{4cb^2}.$$

Такая форма записи поможет укрепить в сознании ученика те теоретические знания, которые обосновывают операционные действия. Свернутая же запись $\frac{18ab^2}{24acb^3}=\frac{3a}{4cb^2}$ не создаст у школьников полной ориентировочной основы выполняемых действий.

При формировании у слабых школьников навыка вынесения общего множителя за скобки положительных результатов можно достичь путем развернутой формы записей. Например:

$$12a^3c^4b+16ac^3b^5+2ac^2=2ac^2\cdot6a^2c^2b+2ac^2\cdot8cb^5+2ac^2\cdot1=$$
$$=2ac^2\,(6a^2c^2b+8cb^5+1).$$

Такой подход позволит исключить распространенную ошибку — отбрасывание в скобках последнего слагаемого — единицы.

В основе такого подхода лежит идея управления пооперационным формированием действий с помощью алгоритмов. Создаются благоприятные условия для отработки таких качеств мышления, как точность, последовательность, целенаправленность, систематичность.

Главный признак, позволяющий отличить умение от навыка, есть свернутое или развернутое выполнение соответствующего действия: в случае свернутого выполнения действия мы имеем навык, а в случае развернутого выполнения действия с осознанием цели, способа и условий его выполнения — умение. Специфика учебного предмета математики состоит в том, что в процессе обучения приходится чаще иметь дело с умениями, чем с навыками.

В зависимости от содержания и целей обучения математике необходимые действия должны выполняться учащимися на разных уровнях:

а) формируемое у учеников сложное действие всегда должно выполняться развернуто (например, нахождение наименьшего общего кратного);

б) формируемое действие первоначально должно выполняться развернуто, а затем свернуто, т. е. со временем умение должно трансформироваться в навык (например, распознавание квадратичной функции по ее формуле).

Формируемое сложное действие надо доводить от развернутого уровня выполнения до свернутого в том случае, когда оно впоследствии будет выступать одним из средств достижения других целей. Примерами таких действий могут служить: вынесение множителя из-под знака корня, умножение одночлена на многочлен, приведение подобных членов, возведение одночлена в степень и т. д.

В ряде случаев логико-математические связи, заложенные в учебниках, не доступны учащимся в полной мере, и тогда учитель обращается к методическим связям. Покажем это на примере вывода формул косинуса и синуса суммы и разности двух углов. Доказательство формулы косинуса разности двух углов основывается в учебнике математики на понятии поворота вокруг точки — это логико-математическая связь, так как она вытекает из общей идеи построения курса — идеи геометрических преобразований. Сами же геометрические преобразования, как показала практика преподавания математики в школе, трудны для учащихся, и тогда эта установленная логико-математическая связь оказывала отрицательное воздействие на усвоение доказательства формулы.

В данном случае можно использовать такую методическую связь. Вначале доказывается формула синуса суммы двух углов. Приведем это доказательство, используя рисунок 2.

$$S_{ABD}=\frac{1}{2}ch\sin\alpha;\ S_{BDC}=\frac{1}{2}ah\sin\beta;\ S_{ABC}=\frac{1}{2}ac\sin(\alpha+\beta);$$

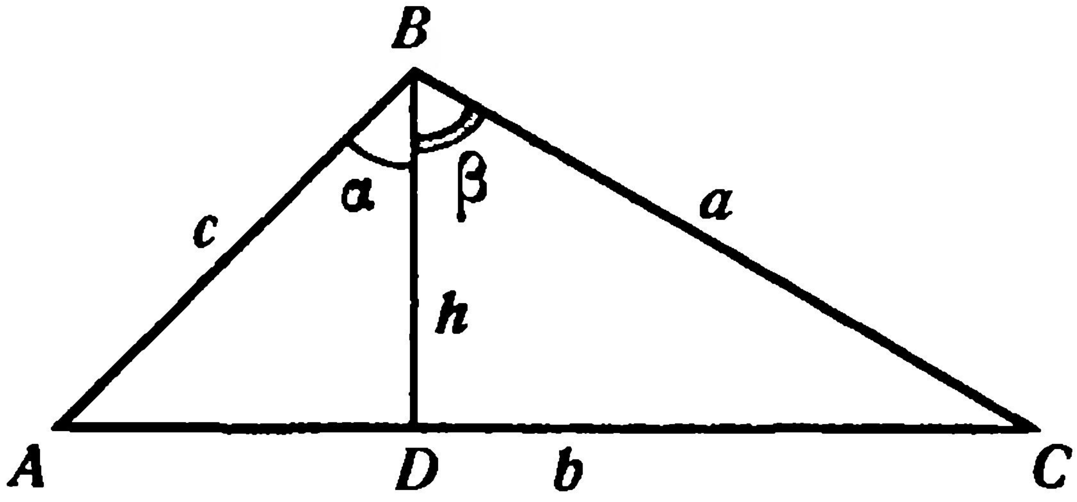

Рис. 2

$$S_{ABC}=S_{ABD}+S_{BDC};\ \frac{1}{2}ac\sin(\alpha+\beta)=\frac{1}{2}ch\sin\alpha+\frac{1}{2}ah\sin\beta;$$

$$\sin(\alpha+\beta)=\frac{h}{a}\sin\alpha+\frac{h}{c}\sin\beta;$$

$$\sin(\alpha+\beta)=\cos\beta\sin\alpha+\cos\alpha\sin\beta.$$

Затем на основе формулы приведения выводится формула косинуса суммы двух углов.

Такой подход к выводу формулы имеет и свои недостатки. Так, в частности, на сумму углов α и β должно быть наложено ограничение: $0°<\alpha+\beta<180°$.

Логико-математические связи должны закладываться с учетом возрастных особенностей школьников, но материал учебника должен позволять варьировать их с учетом индивидуальных различий учащихся.

Содержание и глубина связей зависят от функций, которые они выполняют на каждом этапе овладения учебным материалом; они усложняются, претерпевают изменения качественного характера. Процесс расширения и углубления внутрипредметных связей можно представить в виде следующей последовательности этапов:

накопление и анализ фактов, явлений, законов действительности;

установление внутрипредметных отношений на основе обнаружения инвариантных признаков;

образование научного понятия;

рассмотрение группы научных понятий;

анализ межпонятийных отношений в рамках учебных тем курса;

построение более сложных по конструкции понятий, законов, алгоритмов, теорем, методов доказательства;

анализ системообразующих межпонятийных отношений, устанавливаемых в рамках отдельных теорий, в рамках учебного предмета в целом;

образование системы знаний учебного предмета.