

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

В.А.Далингер

Все для обеспечения успеха
на выпускных и вступительных
экзаменах по математике

Выпуск 5

*Показательные, логарифмические уравнения,
неравенства и их системы*

Омск - 1996

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
ОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

В.А. ДАЛИНГЕР

Все для обеспечения успеха на выпускных и
вступительных экзаменах по математике

Выпуск 5

*Показательные, логарифмические уравнения,
неравенства и их системы*
Учебное пособие

Омск - 1996

Печатается по решению
научно-методического со-
вета Омского государст-
венного педагогического
университета

ББК 74.262

ДАЛИНГЕР В.А. Все для обеспечения успеха на выпускных и вступительных экзаменах по математике. Выпуск 5. Показательные, логарифмические уравнения, неравенства и их системы: Учебное пособие. - Омск: Изд-во Омского педуниверситета, 1996. - 3 ил. - 106 с.

ISBN 5-8269-0095-X

Данное учебное пособие представляет собой пятый выпуск серийного издания под общим названием "Все для обеспечения успеха на выпускных и вступительных экзаменах по математике". В данном выпуске рассмотрены основные типы показательных, логарифмических уравнений, неравенств и их систем. В книге приведены теоретические положения, лежащие в основе решения указанных типов уравнений, и на большом числе разнообразных примеров иллюстрируются методы их решения.

Учебное пособие рассчитано на учащихся средних школ, лицеев, гимназий, ПТУ, абитуриентов, поступающих в техникумы и в ВУЗы, учителей математики, преподавателей и студентов физико-математических специальностей педагогических институтов и университетов. Книга будет полезна всем, кто интересуется математикой.

ISBN 5-8269-0095-X

© В.А.Далингер, 1996

© Омский педуниверситет, 1996

ОГЛАВЛЕНИЕ

	стр
От автора.....	5
Глава I. Типичные ошибки и недочеты, допускаемые при решении показательных, логарифмических урав- нений, неравенств и их систем.....	6
Глава II. Показательные и логарифмические уравнения, неравенства и их системы.....	20
§1 Равносильные и неравносильные transforma- ция показательных и логарифмических уравне- ний.....	20
§2 Показательные уравнения.....	24
§3 Показательно-степенные уравнения.....	37
§4 Логарифмические уравнения.....	42
§5 Системы уравнений, содержащие показательные и логарифмические функции.....	64
§6 Основные утверждения, необходимые для реше- ния различного рода неравенств	71
§7 Неравенства, содержащие показательные и ло- гарифмические функции.....	76
§8 Показательно-степенные неравенства.....	84
§9 Задачи для самостоятельной работы.....	89
Список литературы.....	98

ОТ АВТОРА

Читатель держит в руках пятый выпуск серийного издания "Все для обеспечения успеха на выпускных и вступительных экзаменах по математике". Предыдущие выпуски вышли соответственно под следующими названиями: "Тождественные преобразования выражений"; "Текстовые задачи, решаемые методом составления уравнений"; "Рациональные и иррациональные уравнения, неравенства и их системы"; "Нестандартные уравнения, неравенства и методы их решения".

Целью этого выпуска, также как и предыдущих, является оказание помощи учащимся и абитуриентам в подготовке к выпускным и вступительным экзаменам по математике.

Почти во всех высших и средних специальных учебных заведениях на вступительных экзаменах предлагаются для решения трансцендентные уравнения и неравенства - это те, в которых неизвестное входит либо в показатель степени, либо под знак логарифма или под знак тригонометрических функций. Этот же класс уравнений и неравенств широко представлен и в билетах выпускных экзаменов за курс средней общеобразовательной школы.

В данном учебном пособии подробно рассматриваются различные методы решения показательных, логарифмических уравнений, неравенств и их систем; приведен анализ типичных ошибок, которые допускаются учащимися и абитуриентами при решении указанных выше типов уравнений и неравенств.

Автор искренне желает Вам успеха!

ГЛАВА I. ТИПИЧНЫЕ ОШИБКИ И НЕДОЧЕТЫ, ДОПУСКАЕМЫЕ ПРИ РЕШЕНИИ ПОКАЗАТЕЛЬНЫХ, ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ, НЕРАВЕНСТВ И ИХ СИСТЕМ.

Ошибки, допускаемые учащимися и абитуриентами при решении уравнений и неравенств, самые разнообразные: от неверного оформления решения до ошибок логического характера. Об этих и других ошибках пойдет речь в этой главе.

Автор убедительно просит читателя внимательно отнестись ко всем примерам, приведенным в этой главе, ибо каждый из них раскрывает ту или иную типичную ошибку.

①. Самая типичная ошибка состоит в том, что учащиеся и абитуриенты при решении уравнений и неравенств без дополнительных пояснений используют преобразования, нарушающие равносильность, что приводит к потере корней и появлению посторонних корней. Рассмотрим на конкретных примерах ошибки подобного рода, но прежде обращаем внимание читателя на следующую мысль: не бойтесь приобрести посторонние корни, их можно отбросить путем проверки, бойтесь потерять корни.

1) Решить уравнение: $\log_3(5 - x) = 3 - \log_3(-1 - x)$.

Это уравнение учащиеся и абитуриенты очень часто решают следующим образом.

$$\begin{aligned}\log_3(5 - x) &= 3 - \log_3(-1 - x), \\ \log_3(5 - x) + \log_3(-1 - x) &= 3, \\ \log_3((5 - x)(-1 - x)) &= 3, \\ ((5 - x)(-1 - x)) &= 3^3, \\ x^2 - 4x - 32 &= 0, \\ x_{1,2} &= \frac{4 \pm \sqrt{16 + 128}}{2} = \frac{4 \pm 12}{2}, \\ x_1 &= -4; \quad x_2 = 8.\end{aligned}$$

Учащиеся часто, не проводя дополнительных рассуждений, записывают оба числа в ответ. Но как показывает проверка, число $x=8$ не является корнем