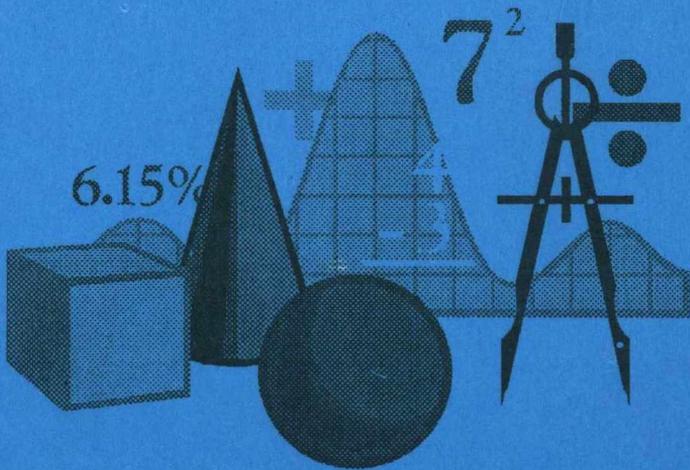


*Учебное пособие*

В.А.Далингер, О.О.Князева, О.И.Муравская

# **АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ПРОГРЕССИИ С ПЕРЕМЕННЫМИ РАЗНОСТЯМИ**



Омск 1998

Министерство общего и профессионального образования  
Российской Федерации  
Омский государственный педагогический университет

В.А.Далингер, О.О.Князева, О.И.Муравская

**АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ПРОГРЕССИИ  
С ПЕРЕМЕННЫМИ РАЗНОСТЯМИ**

*Учебное пособие*

Омск 1998

УДК 512  
Д 152

Печатается по решению  
редакционно-издательского  
совета Омского государст-  
венного педагогического  
университета

Далингер В.А., Князева О.О., Муравская О.И. Арифметические  
прогрессии с переменными разностями: Учебное пособие. - Омск, 1998  
100 с.

ISBN 5-8268-0231-6

ISBN 5-8268-0231-6

© Омский государственный педагогический университет, 1998 г.

## ВВЕДЕНИЕ

В школьном курсе математики рассматриваются лишь арифметические прогрессии с постоянными разностями. Напомним читателю определение такой прогрессии.

*Арифметической прогрессией называется числовая последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, сложенному с одним и тем же числом  $d$ , называемым разностью прогрессии.*

Заметим, что в определении  $d = const$ . Понятие арифметической прогрессии допускает совершенно естественное обобщение, если положить, что разность арифметической прогрессии сама будет являться функцией натурального аргумента, то есть  $d_n = d(n)$ . В таком случае мы будем иметь дело с арифметическими прогрессиями с переменными разностями. Данная работа на наш взгляд делает первые шаги в систематическом развитии теории арифметических прогрессий с переменными разностями. В основном это ведется нами по схеме изучения обычных арифметических прогрессий: общий член, сумма  $n$  первых членов прогрессии, характеристическое свойство и т.п.

Многие известные последовательности являются арифметическими прогрессиями с переменной разностью. Напри-

мер, фигурные числа, последовательности степеней натурального ряда, показательные последовательности, некоторые возвратные последовательности.

Арифметические прогрессии с переменной разностью образуют достаточно широкий класс последовательностей. Имеет место следующий факт: в случае, когда закон изменения разности  $d_n$  задается произвольно, последовательность частичных сумм любой последовательности есть ни что иное, как арифметическая прогрессия с переменной разностью. Получается довольно общая ситуация. Это заставляет на первых этапах изучения арифметических прогрессий с переменными разностями рассматривать более частный случай. Например, ограничить свой выбор закона изменения разности  $d_n$ .

В данной работе основной упор делается на случай, когда разность прогрессии имеет рациональный вид. К числу таких последовательностей относятся, например, фигурные и пирамидальные числа, последовательности степеней натуральных чисел, и т. д.

Заметим, что понятие арифметической прогрессии уже ранее обобщалось и в других направлениях, например, с помощью возвратных последовательностей [1] или через понятие арифметико-геометрической прогрессии [2].

Наряду с рассмотрением арифметических прогрессий с переменными разностями, аналогичным образом можно обобщать и геометрические прогрессии, введя понятие переменного знаменателя.

Предложенный в данном учебном пособии материал, а также поставленные задачи (свойства геометрических прогрессий с переменным знаменателем, свойства арифметических прогрессий с переменным знаменателем, изменяющимся не по рациональному закону, арифметические прогрессии с переменными разностями порядка выше третьего, связь арифметических прогрессий с многоугольными и пирамидальными числами, вычисление с помощью прогрессий суммы конечного числа степеней натурального ряда, и т. д.) могут служить благодатным подспорьем в подготовке учащихся к выступлениям с докладами на конференции научных обществ школьников, причем эти доклады будут носить не реферативный, а творческий, исследовательский характер.

Материал пособия может быть использован на спецкурсах, кружковых и факультативных занятиях.