МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

В.А. Далингер

Равновеликие и равносоставленные, плоские и пространственные фигуры

Омск 1994

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

В. А. ДАЛИНГЕР

РАВНОВЕЛИКИЕ И РАВНОСОСТАВЛЕННЫЕ ПЛОСКИЕ И ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ФИГУРЫ

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

ОМСК-1994

Печатается по решению научно-методического совета Омского государственного педагогического университета

ББК 74.262

ДАЛИНГЕР В.А. Равновеликие и равносоставленные плоские и
остранственные фигуры: Учебное пособие. - Омск: Изд-во Омского
дуниверситета, 1994. - 122 с. ISBN 5-8268-0041-0

В учебном пособии рассматриваются теоретические вопросы,
носящиеся к понятиям равновеликости и равносоставленности плоских
пространственных фигур. Приведено большое число примеров,
люстрирующих теоретические положения, предложена система
ражнений, часть задач которой решена, другая же - рекомендована
я самостоятельного решения.

Пособие рассчитано на учащихся школ, учителей математики и
удентов пединститутов и педуниверситетов физико-математических
ециальностей. Оно может быть использовано на факультативных и
ужковых занятиях, в классах и школах с углубленным изучением
тематики, а ввиду того, что предложенный материал развивает
нструктивные умения, то и в классах с техническим уклоном.

BN 5-8268-0041-0

О Г Л А В Л Е Н И Е

В В Е Д Е Н И Е

Как бы в жизни не решалась проблема "отцов и детей", поставленная в литературе конца прошлого века И.С.Тургеневым, верным будет ответ о преемственности поколений, проявляющейся в нравственных нормах, в традициях, культуре, языке и т.п.

На первый взгляд может показаться странным такое начало, но оно правомерно, ибо имеет самое непосредственное отношение и к нашей работе. Поясним, в чем оно состоит.

Ученик-гимназист, живший в конце XIX века, и Вы, школьник, ровесник уходящего XX века, будете похожи друг на друга, если станете на житейском уровне отвечать на такие, казалось бы, на первый взгляд, простые вопросы: "В каком отрезке точек больше, в том, длина которого 5 см, или в том, длина которого 7 см?"; "Даны две окружности, одна радиусом 4 см, другая 10 см. На какой окружности больше точек?"; "Вам известно, что рациональных и иррациональных чисел бесконечное множество. Можно ли каждому рациональному числу поставить в соответствие одно иррациональное число?"

Поверьте на слово, что ответы нашего прапрадеда и ваши ответы будут схожи, как две капли воды. Приведем их в порядке постановки вопросов: "На отрезке длиной 7 см точек больше, чем на отрезке длиной 5 см"; "На окружности, радиус которой равен 4 см, точек меньше, чем на окружности, радиус которой 10 см"; "Раз множества рациональных и иррациональных чисел бесконечны, то каждому рациональному числу можно поставить в соответствие одно иррациональное число". (Если Вы, не прочитав по этим вопросам специальной литературы, думаете иначе, то Вам всерьез надо заняться математикой. Если же Ваши ответы были идентичны тем, что приведены выше, и в Вас еще теплится интерес к математике, то тем более Вам следует ею заниматься).

Ответы на поставленные вопросы может дать нам не житейское представление о равных и неравных, не аксиома Евклида о величинах "целое больше своей части", а теория о равномощности множеств. С позиций этой теории имеем: два разных по длине отрезка равномощны; две разные по длине окружности равномощны; множество рациональных чисел неравномощно множеству иррациональных чисел, ибо первое множество можно пересчитать, поставив в соответствие каждому рациональному числу одно натуральное число, а множество иррациональных чисел пересчитать нельзя, то есть нельзя каждому иррациональному числу поставить в соответствие одно натуральное число.

В равномощности двух разных по длине отрезков, двух разных по длине окружностей, Вы можете убедиться сами. Нарисуйте для этого два заданных отрезка, соедините их концы прямыми, которые пересекутся в точке, и из этой точки проведите всевозможные лучи, которые и оставят в соответствие каждой точке одного отрезка одну точку другого отрезка. В случае окружностей, нарисуйте их внутренне касающимися, и из точки касания проведите всевозможные лучи, которые оставят в соответствие каждой точке одной окружности одну инственную точку второй окружности.

Мы специально не стали давать готового чертежа с той целью, обы с первых шагов работы с этим учебным пособием Вы привыкали получать знания самостоятельно, для чего запаситесь доступными ературными источниками, приведенными в конце книги, чертежными трументами, бумагой и, не удивляйтесь, ножницами. Да, да, ницами!

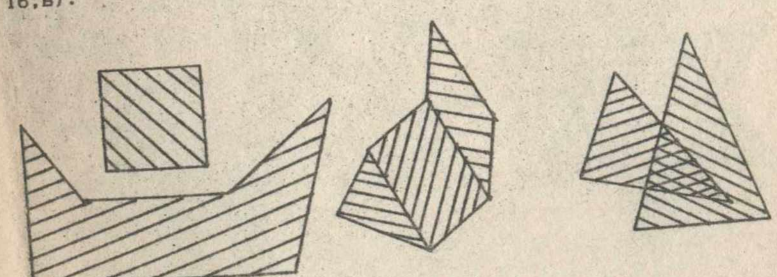
Поговорим немного о том, для чего же Вам понадобятся ножницы.

Продолжим с этой целью рассмотрение вопроса о равных. Каждый из нас, взглянув на фигуры, представляющие собой "вазу" и квадрат (рис. 14), скажет, что у них нет ничего общего. Не спешите. Вырежьте из листа бумаги указанные фигуры, разрежьте одну из них по указанным на рис. 14 линиям и попробуйте выложить из образовавшихся частей другую фигуру. Что Вы заметили?...

Да, Вы правы, сделав вывод: "Неравные оказались равны". Части, на которые разрезана одна фигура, позволили получить другую фигуру, и значит мы можем в некотором смысле говорить о равенстве этих неравных фигур. В каком же смысле они равны? На эти и на другие вопросы будут даны ответы в предлагаемой книге. . Пытливому, любознательному читателю автор желает успеха в преодолении еще одной ступени лестницы, ведущей к вершинам математики.

§ 1. ОБЩИЕ ПОНЯТИЯ И ТЕОРЕМЫ О РАВНОВЕЛИКОСТИ И РАВНОСОСТАВЛЕННОСТИ ПЛОСКИХ ФИГУР

Фигуры могут состоять, в свою очередь, из фигур либо не имеющих общих точек (рис. 1а), либо из фигур, имеющих общие точки (рис. 1б,в).



а) б) в)

Рис. 1

В связи с вышесказанным введем следующие определения.

Определение 1. Фигуры P и Q, имеющие хотя бы одну общую точку, назовем соприкасающимися.

Примером соприкасающихся фигур могут служить фигуры, изображенные на рис. 1б и на рис. 1в.

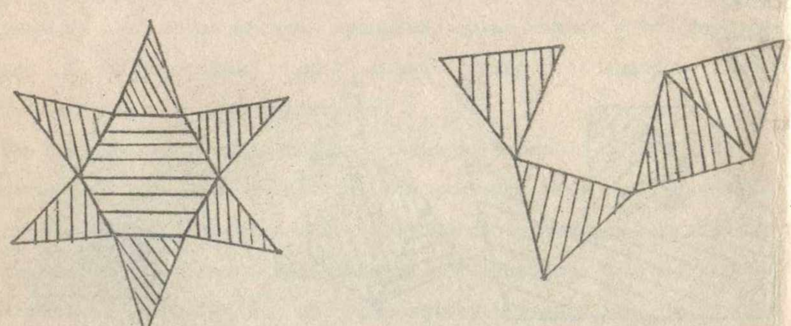
Определение 2. Фигуры P и Q, не имеющие ни одной общей точки, назовем несоприкасающимися.

Примером несоприкасающихся фигур служат фигуры, изображенные на рис. 1а.

Среди соприкасающихся фигур можно выделить два вида: фигуры, которые имеют только отдельные общие точки на границе (рис. 1б); фигуры, которые имеют общие внутренние точки (рис. 1в).

Определение 3. Соприкасающиеся фигуры называются неперекрывающимися, если среди их общих точек нет общих внутренних точек.

Примером неперекрывающихся фигур служат фигуры, изображенные на рис. 2а,б.

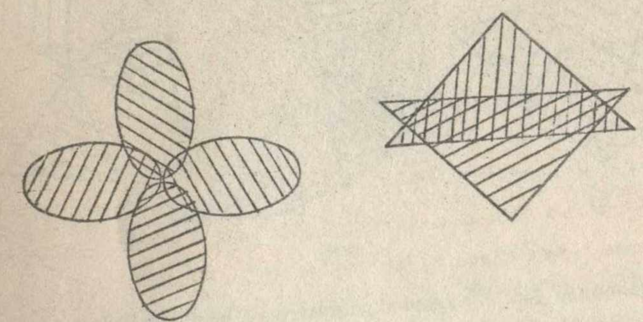


а) б)

Рис. 2

Определение 4. Соприкасающиеся фигуры называются перекрывающимися, если среди их общих точек есть внутренние точки.

Примером перекрывающихся фигур служат фигуры, изображенные на рис. 3а,б.



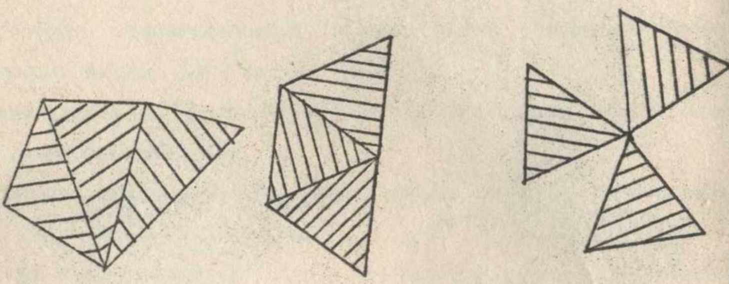
а) б)

Рис. 3

Определение 5. Составленными фигурами будем называть соприкасающиеся, неперекрывающиеся фигуры, или иначе: фигура F составлена из данных фигур, если она является их объединением, а сами эти фигуры не перекрываются.

Заметим, что составленную фигуру в таком случае называют также фигурой, разбитой на данные фигуры.

Примеры составленных фигур приведены на рис. 4а,б,в.

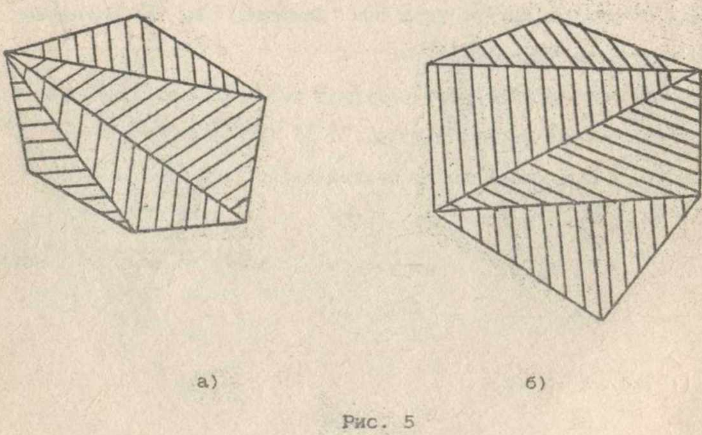


а) б) в)

Рис. 4

В дальнейшем мы будем рассматривать лишь составленные еперекрывающиеся фигуры, причем только многоугольники.

Любой выпуклый многоугольник можно разбить диагоналями на реугольники, причем эти диагонали могут выходить как из одной ершины (рис. 5а), так и из разных вершин (рис. 5б).



а) б)

Рис. 5