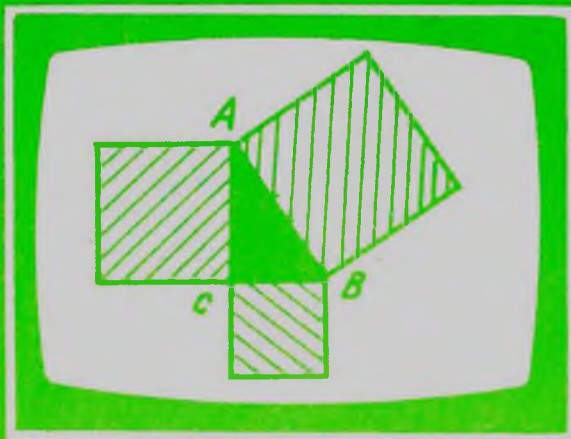


МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР  
ОМСКИЙ ОРДЕНА «ЗНАК ПОЧЕТА»  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ ИМ. А. М. ГОРЬКОГО

В. А. ДАЛИНГЕР

МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ  
ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ  
У УЧАЩИХСЯ ПРИ ОБУЧЕНИИ  
ГЕОМЕТРИИ

Учебное пособие



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР  
ОМСКИЙ ОРДЕНА "ЗНАК ПОЧЕТА" ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ ИМ. А.М.ГОРЬКОГО

В. А. ДАЛИНГЕР

МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ  
ПРЕДСТАВЛЕНИЙ У УЧАЩИХСЯ ПРИ ОБУЧЕНИИ  
ГЕОМЕТРИИ

Учебное пособие

ОМСК - 1992

Печатается по решению  
редакционно-издательского  
совета Омского государственного  
педагогического института

УДК 513

ДАЛИНГЕР В.А. Методика формирования пространственных представлений у учащихся при обучении геометрии: Учебное пособие.- Омск: ОПИ, 1992.- 96с., ил.:94, табл.: 5.- ISBN 5-8268-0001-1

В учебном пособии рассматриваются психолого-педагогические основы методики формирования у учащихся пространственных представлений, показана технология формирования пространственных представлений в пропедевтическом курсе геометрии и в систематических курсах планиметрии и стереометрии.

Пособие адресовано студентам III-У курсов физико-математических факультетов для оказания им помощи в изучении вопросов методики преподавания математики. Оно будет также полезно учителям математики средних общеобразовательных школ и ПТУ.

Научный редактор: БРАЗЕВИЧ М.В., канд. физ.-мат. наук,  
зав. кафедрой геометрии Омского  
педагогического института.

Рецензенты: СЕНТЯБОВ А.М., канд. пед. наук, доцент  
Красноярского педагогического  
института,  
БОЖЕНКОВА Л.И., канд. пед. наук, доцент  
Омского педагогического  
института,  
СИТКО Ф.Б., зав. кабинетом математики  
Омского областного ИУУ.

Д 4306025200 1-92  
Д 85(СЗ)-92

ISBN 5-8268-0001-1

© Омский государственный педагогический институт, 1992 г.

## О Г Л А В Л Е Н И Е

Стр.

§ 1. Психолого-педагогические основы методики формирования у учащихся пространственных представлений .....	4
§ 2. Методика формирования пространственных представлений у учащихся в пропедевтическом курсе геометрии (У-УІ классы) .....	16
§ 3. Методика формирования пространственных представлений у учащихся в курсе планиметрии .....	37
§ 4. Методика формирования пространственных представлений у учащихся в курсе стереометрии .....	44
Литература .....	85



## §1. ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕТОДИКИ ФОРМИРОВАНИЯ У УЧАЩИХСЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ

Целевые установки на преподавание геометрии в средней общеобразовательной школе в программе по математике [80] выражены следующим образом:

- формировать у учащихся диалектико-материалистическое мировоззрение, ознакомить их с ролью геометрии в формировании целостной научной картины мира, с соотношениями математических абстракций и реальной действительности;
- формировать у учащихся систему геометрических знаний и умений, обеспечить прочное и сознательное овладение методами их получения;
- развивать пространственное воображение и логическое мышление учащихся;
- вооружить школьников геометрическими знаниями, умениями и навыками, необходимыми в повседневной жизни и в работе, достаточными для изучения в школе других наук, для продолжения образования после учебной школы.

Структуру умственной деятельности школьников в области геометрии, следуя Г.Д.Глейзеру [26], можно представить в виде следующих взаимосвязанных составляющих: интуитивный, пространственный, метрический, логический, конструктивный, символический компоненты.

Посителем содержания обучения геометрии, как и других учебных курсов, в основном является учебник (он является конкретным выразителем стандарта единого уровня образования по предмету). В школьных учебниках геометрии различных авторских коллективов все шесть компонентов, перечисленные выше, представлены по-разному, вернее, авторами сделаны на них различные акценты.

Так, А.Д.Александров [2, 5] считает, что в геометрии важнее всего "строгая логика плюс живое воображение", но ради наглядности можно пожертвовать логической точностью и обосно-

ванностью; преподавание геометрии включает логику, наглядное представление, применение к реальным вещам.

А.В.Погородов [75] основной акцент в геометрии делает на развитие логического мышления школьников.

А.Н.Колмогоров [53] при разработке своего учебника ставил целью внедрить в школьный курс геометрии новые идеи и методы, важнейшие общематематические понятия.

В.Г.Болтянский [10] считает важнейшей задачей преподавания геометрии в школе - воспитание у учащихся "геометрического мышления".

А.С.Атанасян в своих учебниках [7,25] на первый план выдвигает задачи развития умения и навыков учащихся, самостоятельности мышления, доступности изложения.

Даже столь беглый анализ различных школьных учебников геометрии позволяет сделать вывод о том, что одной из главных целей преподавания геометрии все авторы считают формирование у учащихся пространственных представлений. И это не столько внутренняя задача курса геометрии, сколько внешняя, связанная с подготовкой школьников к жизни, к труду в различных сферах общественно полезного труда; способность создавать и оперировать пространственными образами характеризует уровень общего интеллектуального развития человека.

Ориентация человека в пространстве, что и дают пространственные представления, является тем фундаментом, который необходим для практической деятельности по многим специальностям: архитектор, инженер, строитель, геодезист, чертёжник, оператор, диспетчер, космонавт, кристаллограф и т.д. В психологических исследованиях [19,51,57,102,104] экспериментально подтверждено, что между склонностью учащихся к соответствующим профессиям и уровнем развития у них пространственных представлений имеет место статистически достоверная связь.

Особо подчеркнем, что как внутренняя задача, пространственные представления необходимы учащимся для восприятия учебного материала курса геометрии и для решения различного рода практических и теоретических задач.

Несмотря на столь большую роль, которую играют пространственные представления, они сформированы у выпускников школ на крайне низком уровне. Об этом свидетельствуют многие показатели. Приведем некоторые из них.

1. В 1982 г. на вступительных экзаменах на математический факультет в Омский пединститут со стереометрической задачей на письменном экзамене справилось лишь 18,9% (!) абитуриентов. Приведем задачи, предлагавшиеся на экзамене:

а) Объем конуса равен  $V$ , а угол наклона образующей к основанию равен  $\beta$ . Найти площадь полной поверхности конуса.

б) Через сторону  $a$  нижнего основания правильной треугольной призмы проведена плоскость, пересекающая противоположное боковое ребро и наклоненная к плоскости основания под углом  $\alpha$ . Найти площадь боковой поверхности образовавшейся при этом пирамиды.

в) Основанием прямой призмы служит равнобокая трапеция с острым углом  $\alpha$  и боковой стороной  $b$ , равной меньшему основанию. Определить объем призмы, если угол между диагональю призмы и плоскостью основания равен  $\frac{\alpha}{2}$ .

2. В апреле 1987 г. учащиеся X классов (по новой нумерации XI класс) Омской области была предложена контрольная работа по геометрии, рассчитанная на 2 часа. Приведем текст одного варианта этой работы.

ЗАДАЧА 1. Дана правильная шестиугольная призма  $ABCDEF \dots P_1$  (рис. 1). Установите взаимное расположение указанных в таблице прямых и плоскостей, определяемых соответствующими элементами призмы, при этом в клетках а, б, ..., е (таблица I) запишите ответ словами: параллельны, скрещиваются, принадлежит, пересекаются, пересекаются и перпендикулярны.

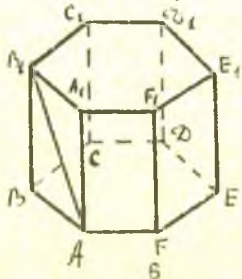


Рис. 1.

Таблица I

Элементы призмы	$AB_1$	DE	ABCDEF
$DD_1$	а)	б)	в)
$AA_1B_1B$	г)	д)	е)

**ЗАДАЧА 2.** Точка А принадлежит плоскости  $\alpha$ , точки В и С принадлежат этой же плоскости. Наклонные АВ и АС образуют с плоскостью  $\alpha$  соответственно углы в  $40^\circ$  и  $50^\circ$ :

- Сделайте и опишите рисунок по условию задачи.
- Какой из отрезков - АВ или АС - имеет большую длину?
- Дайте обоснование ответа.

**ЗАДАЧА 3.** МК - высота треугольной пирамиды МАВС, ММ - высота боковой грани, проведенная к стороне ВС.  $\angle KMN = 40^\circ$ :

- найдите величину угла между плоскостью ВСМ и плоскостью основания;
- докажите, что прямая ВС перпендикулярна плоскости КМN .

**ЗАДАЧА 4.** Высота конуса равна 5 см. Секущая плоскость проходит через вершину конуса и хорду основания, стягивающую дугу в  $120^\circ$ . Найдите полную поверхность конуса, если плоскость сечения составляет с плоскостью основания конуса угол в  $30^\circ$ .



Приведем поэлементный анализ выполнения 595 учащимися этой контрольной работы (табл. 2).

Таблица 2

№ задачи	Пункты схемы анализа	Процент учащихся, верно выполнявших задание (%)
1	2	3
1	Верно заполнили всю таблицу	89,1
2	а) Верно выполнен рисунок	73
	б) Утверждается, что $AB > AC$	76
	в) Дано верное обоснование этого утверждения	45
3	а) Верно указали линейный угол плоского двугранного угла	81
	б) Верно обосновали положение линейного угла	46
	в) По заданию "а" дан верный ответ	83
	г) Дано верное обоснование по заданию "б"	53
4	а) Верно построили чертеж	68
	б) Верно описали дополнительное построение	23
	в) Верно указали линейный угол двугранного угла между плоскостью основания и плоскостью сечения	53
	г) Верно обосновано положение линейного угла двугранного угла	17
	д) Верно найден радиус основания конуса	44
	е) Верно найдена образующая конуса	37
	ж) Верно записана формула площади полной поверхности конуса	65

Продолжение таблицы 2

1	2	3
	з) Верно записаны необходимые преобразования и вычисления и) Дана верный ответ	33 30

Анализ контрольных работ позволил выявить наиболее типичные ошибки, допускаемые учащимися:

- отсутствуют навыки изображения видимых и невидимых элементов фигуры;
- часто производят ошибочный поиск точки пересечения скрещивающихся прямых;
- не сформировано умение целесообразно располагать фигуру на чертеже;
- при изображении геометрического тела стремятся подражать иллюстрациям учебника и чертежам, предложенных учителем, но испытывают большие трудности при изображении объёмной фигуры в новых условиях;
- не умеют строить линию пересечения плоскостей, отскатать проекцию точки на прямую и плоскость, прямой на плоскость и т.д.

3. В 1990 г. в мае студентам I и V курсов математического факультета Омского пединститута Союзным учебно-методическим объединением по математике и проблемам средней школы была предложена контрольная работа, состоящая из 6 задач и рассчитанная на 4 астрономических часа. Работа содержала задачи на исследование функций, решение уравнений, неравенств и их систем, разложение многочленов на множители, стереометрическую задачу. В плане нашего исследования интерес представляет последняя задача. Приведем некоторые из них.

а) Полная поверхность конуса равна  $S$ , угол между образующей и высотой равен  $\alpha$ . Найти поверхность шара, вписанного в конус.

б) Объем конуса равен  $V$ , образующая составляет с плоскостью основания угол  $\alpha$ . Найти объем шара, вписанного в конус.

в) Найти объем правильной четырехугольной пирамиды, высота которой равна  $h$ , а все плоские углы при вершине пирамиды равны  $60^\circ$ .

г) Боковое ребро правильной треугольной пирамиды равно  $l$  и составляет с плоскостью основания угол  $\alpha$ . Найти объем пирамиды.

Результаты выполнения этих задач оказались следующими:

на I курсе - 25% студентов справились с задачей;

на У курсе - 36,5% студентов справились с задачей.

4. Проведенное нами анкетирование учащихся старших классов показало, что 73,4% школьников предпочитают алгебру геометрии и, как показал анализ ситуации, это в значительной степени объясняется низким уровнем пространственных представлений у них.

5. Мы провели анкетирование учащихся с целью получить ответ на вопрос: "Какому способу изложения доказательства теорем учителем, учащиеся отдадут предпочтение?" Мы получили следующие результаты.

а) Умеют слушать доказательство теоремы лишь тогда, когда учитель проводит доказательство, иллюстрируя его средствами наглядности:

в VII классе - 89,2% учащихся;

в VIII классе - 86,6% учащихся;

в IX классе - 85,0% учащихся;

в X классе - 92,9% учащихся;

в XI классе - 82,2% учащихся.

б) Умеют слушать доказательство теоремы, когда учитель проводит доказательство, и не опираясь на средства наглядности:

в VII классе - 10,7% учащихся;

в VIII классе - 12,9% учащихся;

в IX классе - 14,9% учащихся;

в X классе - 6,7% учащихся;

в XI классе - 17,6% учащихся.